

УДК 744:004.92NanoCAD

ББК 30.2с

X35

Рецензенты:

Е. В. Конопацкий, доктор технических наук (05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика»), проректор по научной работе и цифровому развитию, заведующий кафедрой инженерной графики и информационного моделирования Нижегородского государственного архитектурно-строительного университета;

М. Ю. Куприков, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Инженерная графика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), профессор.

Хейфец А. Л.

X35 Теоретические основы инженерной 3D-компьютерной графики: учебник для студентов вузов / А. Л. Хейфец. – М.: ДМК Пресс, 2026. – 368 с.: ил. / Платформа nanoCAD.

ISBN 978-5-93700-459-8

Приведено содержание части нового курса, являющегося современной альтернативой традиционному курсу начертательной геометрии, читаемому студентам вузов. Новый курс ориентирован также на изучение современных методов 3D-компьютерного геометрического моделирования. Курс содержит 10 лекций с приложениями.

Темы лекций соответствуют традиционному курсу начертательной геометрии, но каждая тема раскрывается и изложена с позиций 3D-компьютерного моделирования. К каждой лекции создано приложение, в котором приведены дополнительные материалы, содержащие параметры многочисленных 3D-моделей, рассматриваемых на мультимедийных лекциях, алгоритмы построения и решения задач, предназначенных для практических занятий. Для сравнения приведены алгоритмы решения задач методами начертательной геометрии.

В связи с задачами по достижению технологического лидерства курс направлен на освоение активно развивающейся российской Платформы nanoCAD.

Учебник обобщает 40-летний опыт автора преподавания курса начертательной геометрии и нового альтернативного курса студентам ЮУрГУ.

Учебник предназначен для студентов вузов, обучающихся по инженерным и архитектурно-строительным направлениям.

Учебник также предназначен коллегам-преподавателям, осознающим роль современных 3D-методов в геометрическом моделировании и проектировании и необходимость адаптации к ним курса начертательной геометрии.

УДК 744:004.92NanoCAD

ББК 30.2с

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

ISBN 978-5-93700-459-8

© Хейфец А. Л., ООО «Нанософт разработка», 2026

© Оформление, издание, ДМК Пресс, 2026

Содержание

Введение	11
Глава 1. Методы 2D- и 3D-геометрического моделирования (лекция 1)	13
1.1. Содержание, цель и задачи курса.....	13
1.2. Платформа nanoCAD – инструментальное средство курса	15
1.3. Методы геометрического моделирования 2D и 3D	16
1.3.1. Сравнение 2D- и 3D-методов моделирования	16
1.3.2. Чертеж – геометрическая 2D-модель объекта.....	17
1.3.3. Начертательная геометрия – «грамматика чертежа» [7].....	18
1.3.4. Виртуальная реальность как основа компьютерного 3D-моделирования	19
1.4. Назначение чертежа и основы его построения.....	21
1.4.1. Зачем сегодня нужен чертеж.....	21
1.4.2. Требования к чертежу	22
1.4.3. Метод проецирования.....	22
1.4.4. Проецирование на две плоскости как условие обратимости чертежа	24
1.4.5. Эпюр Монжа	25
1.4.6. Трехпроекционный комплексный чертеж	27
1.4.7. Обозначения объектов и проекций на чертежах. Проекционная связь	28
1.5. Построение 3D-моделей в Платформе nanoCAD.....	29
1.5.1. 3D-модели и режимы их построения	29
1.5.2. Построение точки	30
1.5.3. Модели отрезка и треугольника	30
1.5.4. Твёрдотельные 3D-модели прямого моделирования. Параллелепипед.....	31
1.6. Средства достижения точности компьютерных построений.....	32
1.6.1. Точность вычислений и построений. Задание координат.....	33
1.6.2. Объектная привязка в 2D-построениях. Круги Аполлония	33
1.6.3. Объектная привязка в 3D-построениях	35
1.7. Построение 3D-модели по ее чертежу.....	36
1.7.1. Осный и безосный чертежи.....	36
1.7.2. Алгоритм построения 3D-модели по безосному чертежу	37
1.8. Построение чертежа по 3D-модели.....	38
1.8.1. Методы 2D- и 3D-построения чертежа	38
1.8.2. Автоматизированный вариант построения чертежа	39
1.9. Аксонометрия.....	41
Вопросы для самоконтроля по главе 1	43
Глава 2. Приложение к лекции 1: Методы 2D- и 3D-геометрического моделирования	44
2.1. Установка программы nanoCAD.....	44
2.2. Создание и сохранение файла	44
2.3. Интерфейс Платформы nanoCAD	45
2.3.1. Элементы интерфейса	45

2.3.2. Настройка строки состояния.....	47
2.3.3. Настройка цветовой гаммы интерфейса	47
2.3.4. Справочная система Платформы nanoCAD.....	47
2.4. Свойства объектов nanoCAD.....	48
2.4.1. Характеристики свойств объектов	48
2.4.2. Задание свойств из Ленты	49
2.4.3. Функциональная панель «Свойства»	49
2.4.4. Управление слоями	49
2.5. Пространство Модели и пространство Листа.....	50
2.6. Система координат в 3D-построениях	50
2.6.1. Мировая, пользовательская и именованная системы координат.....	51
2.6.2. Пиктограммы осей координат – знак ПСК.....	52
2.6.3. Управление отображением пиктограммы ПСК.....	53
2.6.4. Пользовательская системы координат как плоскость 3D-построений	54
2.7. Построение объектов в Платформе nanoCAD	54
2.7.1. Точка.....	54
2.7.2. Отрезок прямой линии. Треугольник. 2D-объекты.....	55
2.7.3. Параллелепипед как 3D-объект прямого моделирования.....	56
2.8. Управление изображением. Визуальные стили	56
2.8.1. Панорамирование и зуммирование	57
2.8.2. Виды ПСК и виды МСК	57
2.8.3. Орбита.....	59
2.8.4. Визуальный стиль	60
2.9. Оценка точности построений на примере изометрии куба.....	61
2.10. Построения по координатам.....	63
2.10.1. Ввод координат с клавиатуры. Точность задания координат	63
2.10.2. Ввод в декартовой системе координат.....	64
2.10.3. Полярная система координат	64
2.10.4. Комбинированный метод	64
2.10.5. Сферические координаты	65
2.10.6. Цилиндрические координаты	66
2.11. Редактирование геометрии объектов.....	66
2.11.1. Команды и средства редактирования	66
2.11.2. Изолирование объектов	68
2.11.3. Копирование через буфер обмена	68
2.12. Режимы построений.....	68
2.13. Объектная привязка и геометрические построения	69
2.13.1. Настройка привязок	70
2.13.2. Отрезок с объектными привязками.....	70
2.13.3. Медианы треугольника	71
2.13.4. Построение кругов Аполлония	71
2.13.5. Пространственная конструкция из отрезков	73
2.13.6. Диагонали наклонного параллелепипеда	74
2.14. Система координат Монжа и система координат nanoCAD	76
2.15. Композиция геометрических примитивов	77
2.15.1. Построение объектов композиции	78
2.15.2. Источники света.....	78
2.16. 2D-метод построения чертежа (чертежа композиции).....	80
2.17. Автоматизированное построение проекций. 2D-Виды	81

2.18. Изометрические виды и проекции в nanoCAD	83
2.19. Построение аксонометрической проекции вручную.....	84
2.20. Шаблон	85
2.20.1. Настройка пространства Модели.....	86
2.20.2. Модели координатных плоскостей.....	86
2.20.3. Настройки пространства Листа	88
2.20.4. Формат чертежа для нашего курса	89
2.21. Определение геометрических характеристик моделей.....	90
2.22. Рекомендации по созданию наглядных 3D-моделей.....	91
2.23. Модели к мультимедийной лекции 1	92
2.23.1. К рис. 1.1 «Модель отрезка».....	92
2.23.2. К рис. 1.2 «Модель конуса»	93
2.23.3. К рис. 1.3 «Методы проецирования».....	94
2.23.4. К рис. 1.4 «Обратимость чертежа»	95
2.23.5. К рис. 1.6 «Построение трехпроекционного чертежа точки».....	96
2.23.6. К рис. 2.8 «Модель и чертеж треугольника в системе координат nanoCAD»	98

Глава 3. Взаимное положение точек, прямых и плоскостей (лекция 2)

3.1. Взаимное положение точек относительно координатных плоскостей.....	99
3.2. Взаимное положение точки и прямой линии	101
3.2.1. Определение взаимного положения точки и прямой по 3D-модели.....	101
3.2.2. Определение взаимного положения точки и прямой по чертежу	103
3.3. Прямые общего и частного положения	104
3.3.1. Термины и определения прямых	104
3.3.2. Прямая общего положения	104
3.3.3. 3D-модели прямых уровня	105
3.3.4. Чертежи прямых уровня.....	108
3.3.5. 3D-модели и чертежи проецирующих прямых	109
3.4. Взаимное положение прямых.....	110
3.4.1. Определение взаимного положения прямых по 3D-модели.....	111
3.4.2. Определение взаимного положения прямых по чертежу	113
3.4.3. Взаимное положение скрещивающихся прямых. Метод конкурирующих точек	114
3.5. Принадлежность точки и прямой линии плоскости.....	116
3.5.1. Задание плоскости	116
3.5.2. Определение принадлежности по 3D-модели	116
3.5.3. Определение принадлежности по чертежу. Недостающая проекция точки....	118
3.5.4. Положение плоскости относительно координатных плоскостей проекций....	120
3.6. Параллельность прямой и плоскости, двух плоскостей.....	121
3.6.1. Задачи на параллельность, решаемые по 3D-модели	121
3.6.2. Параллельность плоскостей на чертеже	122
Вопросы для самоконтроля	123

Глава 4. Приложение к лекции 2: Взаимное положение точек, прямых и плоскостей

4.1. Построение 3D-модели точек различного положения относительно прямой	125
4.2. Определение взаимного положения точек по координатам.....	126
4.3. Построение чертежа точек и отрезка прямой.....	127

4.4. Построение 3D-моделей и чертежей прямых частного положения	128
4.4.1. 3D-модели прямых уровня	128
4.4.2. Последовательность построения чертежа прямых уровня.....	129
4.4.3. Построение проецирующих прямых	130
4.5. 3D-модель прямых различного взаимного положения	131
4.5.1. Построение 3D-модели по координатам точек	131
4.5.2. Построение 3D-модели, заданной на чертеже	133
4.6. Алгоритмы оценки взаимного положения прямых по 3D-модели	134
4.7. Применение кажущегося пересечения для скрещивающихся прямых.....	135
4.8. Построение 3D-моделей плоскостей.....	136
4.8.1. Модель к рис. 3.14 «3D-модели и чертежи плоскости».....	136
4.8.2. Модели к рис. 3.16 «Пространственное положение плоскостей».....	137
4.8.3. Модель к рис. 3.17 «Пример параллельных плоскостей»	138

Глава 5. Проецирование. Пересечение. Перпендикулярность (лекция 3)

5.1. Ортогональное и косоугольное проецирование точки и прямой на плоскость ...	139
5.2. Ортогональное проецирование в nanoCAD	141
5.2.1. Применение функциональной панели «Свойства»	141
5.2.2. Конвертирование в 2D.....	142
5.2.3. Координатные фильтры	142
5.2.4. Автоматизированный чертеж 3D-модели, состоящей из точек, отрезков, и пространственных линий.....	143
5.3. Пересечение прямой линии с плоскостью. Алгоритм 3D.....	144
5.4. Косоугольное проецирование. Алгоритмы 3D	146
5.4.1. Построение недостающей проекции точки	146
5.4.2. Проецирование плоской фигуры на плоскость	147
5.4.3. Построение падающей тени от призмы.....	147
5.5. Построение точки пересечения прямой с плоскостью. Алгоритм НГ	149
5.6. Главные прямые плоскости. Алгоритмы 3D.....	150
5.6.1. Свойства главных прямых	150
5.6.2. Алгоритм 1. На основе пересечения прямой линии с плоскостью	151
5.6.3. Алгоритм 2. На основе пересечения двух плоскостей.....	152
5.7. Построение линии пересечения плоскостей. Алгоритмы 3D	152
5.7.1. Алгоритм 1. На основе пересечения прямых с плоскостями	153
5.7.2. Алгоритм 2. На основе вспомогательной поверхности	153
5.7.3. Алгоритм 3. Преобразование в солиды	154
5.7.4. Проверка правильности построения линии пересечения.	154
5.8. Построение взаимно перпендикулярных объектов. Алгоритмы 3D.....	155
5.8.1. Перпендикуляр к прямой линии	155
5.8.2. Перпендикуляр к плоскости. Алгоритм 3D	156
5.8.3. Плоскость, перпендикулярная прямой, и касательная плоскость	158
5.8.4. Взаимно перпендикулярные плоскости	159
5.9. Теорема о проецировании прямого угла	161
Вопросы для самоконтроля к лекции 3	162

Глава 6. Приложение к лекции 3: Проецирование. Пересечение.

Перпендикулярность	164
6.1. 3D-модели проецирования точки и отрезка.....	164

6.1.1. Модель к рис. 5.1а «Ортогональное и косоугольное проецирование»	164
6.1.2. Модель к рис. 5.2 «Ортогональное проецирование»	165
6.1.3. Применение координатных фильтров	166
6.2. Алгоритм автоматизированного построения чертежа точек и отрезков.....	167
6.2.1. Общий алгоритм	167
6.2.2. Чертеж модели к рис. 5.2 и 5.3 (раздел 5.2) «Ортогональное проецирование». Удаление повторяющихся линий	168
6.2.3. Модель и чертеж к рис. 5.4 «3D-модель пересечения отрезка с плоскостью» ...	170
6.3. Модели косоугольного проецирования	170
6.3.1. Модель к рис. 5.5а «Построение точки в плоскости по фронтальной проекции этой точки»	171
6.3.2. Модель к рис. 5.5б «Построение треугольника в заданной плоскости по его горизонтальной проекции».....	171
6.3.3. Тень от призмы	171
6.4. Модель и алгоритм НГ построения точки пересечения прямой с плоскостью.....	174
6.4.1. Решение для горизонтально проецирующей плоскости. Метод конкурирующих точек	175
6.4.2. Решение для фронтально проецирующей плоскости	176
6.5. Главные прямые плоскости. 3D-модель и алгоритм НГ	178
6.5.1. 3D-модели главных прямых	178
6.5.2. Алгоритм начертательной геометрии построения главных прямых.....	180
6.6. Модели и 3D-алгоритмы пересечения плоскостей.....	181
6.6.1. Модели к рис. 5.9 «3D-алгоритмы построения линии пересечения двух плоскостей»	181
6.6.2. Модель к рис. 5.10 «Пересечение треугольников»	182
6.6.3. Построение линии пересечения плоскостей методами начертательной геометрии	183
6.7. Построение плоского пятиугольника	186
6.7.1. Построение 3D-модели	186
6.7.2. Наглядность 3D-модели и ее проверка	187
6.7.3. Алгоритм построения пятиугольника методами начертательной геометрии	187
6.8. Модели и алгоритмы построения перпендикулярных объектов.....	188
6.8.1. Перпендикуляр из точки к прямой линии	188
6.8.2. Построение ромба. Алгоритм 3D.....	188
6.8.3. Построение ромба. Алгоритм начертательной геометрии	189
6.8.4. 3D-модель перпендикуляра к плоскости	190
6.8.5. Построение перпендикуляра к плоскости. Алгоритм начертательной геометрии	191
6.8.6. Плоскость, касательная к сфере. Алгоритм 3D	192
6.8.7. Плоскость, равноудаленная от двух заданных точек. Алгоритм 3D	193
6.8.8. 3D-модель пирамиды	193
6.8.9. Построение плоскости, перпендикулярной прямой. Алгоритм НГ	195
6.8.10. Модели взаимно перпендикулярных плоскостей. Алгоритмы 3D и начертательной геометрии.....	196
6.8.11. Модель к теореме о проецировании прямого угла	200
Глава 7. Метрические задачи (лекция 4).....	202
7.1. Метрические задачи в Платформе nanoCAD. Алгоритмы 3D	202

7.1.1. Измерение расстояний	202
7.1.2. Измерения углов	203
7.1.3. Угол и расстояние между скрещивающимися прямыми	205
7.1.4. Кратчайшее расстояние между поверхностями	207
7.2. Метрические задачи в начертательной геометрии	209
7.2.1. Проецирование на дополнительную плоскость	209
7.2.2. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня	210
7.2.3. Способ прямоугольного треугольника	211
7.2.4. Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую	212
7.2.5. Преобразование плоскости в проецирующую плоскость и плоскость уровня	213
7.2.6. Алгоритм проецирования на дополнительную плоскость	215
Вопросы для самоконтроля	215
Глава 8. Приложение к лекции 4: Метрические задачи	217
8.1. 3D-модели метрических задач	217
8.1.1. Измерение двугранного угла (к рис. 7.1а, б)	217
8.1.2. Угол между перпендикулярами плоскостей (к рис. 7.1в)	218
8.1.3. Углы с координатными плоскостями (к рис. 7.1г)	219
8.1.4. Угол и расстояние между скрещивающимися прямыми (к рис. 7.2)	219
8.1.5. Углы и расстояние между диагоналями координатных плоскостей	220
8.1.6. Расстояние между поверхностями конуса и сферы (к рис. 7.3)	220
8.1.7. Расстояние от тора до цилиндра (к рис. 7.4)	222
8.1.8. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня (к рис. 7.5) ...	223
8.1.9. Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую (к рис. 7.7)	224
8.1.10. Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня (к рис. 7.8)	225
8.2. Автоматическое построение чертежа в метрических задачах. Алгоритм начертательной геометрии	226
8.2.1. Чертеж к преобразованию прямой общего положения в проецирующую прямую	226
8.2.2. Чертеж к преобразованию плоскости общего положения в плоскость уровня (к рис. 7.8)	229
8.2.3. Чертеж к задаче определения расстояния и угла между скрещивающимися прямыми	231
Глава 9. Комплексные задачи (лекция 5)	234
9.1. Об истории и роли комплексных задач	234
9.2. Примеры геометрических множеств	235
9.3. Схема решения комплексных задач	237
9.4. Комплексные задачи на построение точек	238
9.4.1. Точка с заданной проекцией, равноудаленная от двух других точек	238
9.4.2. Точка, равноудаленная от трех точек и на заданном расстоянии от четвертой точки	239
9.4.3. Точка, равноудаленная от двух точек, на заданных расстояниях от третьей точки и от плоскости	240
9.4.4. Точка на заданном расстоянии от трех скрещивающихся прямых	243
9.5. Комплексные задачи как пример исследовательской работы студентов	244
9.5.1. Точки, равноудаленные от трех скрещивающихся прямых	245

9.5.2. Исследование количества решений.....	246
9.6. Комплексные задачи на построение прямых	248
9.6.1. Прямая через заданную точку, параллельная двум плоскостям.....	248
9.6.2. Прямая через заданную точку, пересекающая две скрещивающиеся прямые.....	251
9.6.3. Прямая через заданную точку, перпендикулярная двум скрещивающимся прямым.....	252
9.6.4. Прямая через заданную точку, на заданном расстоянии от другой и пересекающая заданную прямую	253
9.6.5. Прямая через заданную точку, под углом к заданной прямой и на заданном расстоянии от другой точки.....	255
9.7. Комплексные задачи на построение плоскостей	256
9.7.1. Плоскость, удаленная на заданные расстояния от трех заданных точек.....	256
9.7.2. Плоскость, перпендикулярная заданной плоскости, равнонаклоненная к Π_1 и Π_2 и проходящая через заданную точку	260
9.7.3. Плоскость, проходящая через заданную точку и составляющая с Π_1 и Π_2 заданные углы	263
Вопросы для самоконтроля	265
Глава 10. Приложение к лекции 5: Комплексные задачи.....	266
10.1. Материалы к разделу 9.4.1	266
10.2. Материалы к разделу 9.4.2	268
10.3. Материалы к разделу 9.4.3	270
10.4. Материалы к разделу 9.4.4	275
10.5. Материалы к разделу 9.5.1	278
10.6. Материалы к разделу 9.5.2	279
10.7. Материалы к разделу 9.6.1	280
10.8. Материалы к разделу 9.6.2.....	282
10.9. Материалы к разделу 9.6.3.....	284
10.10. Материалы к разделу 9.6.4	286
10.11. Материалы к разделу 9.6.5	289
10.12. Материалы к разделу 9.7.1	292
10.13. Материалы к разделу 9.7.2	297
10.14. Материалы к разделу 9.7.3	299
Глава 11. Геометрические тела (лекция 6).....	304
11.1. Типы 3D-геометрических объектов.....	304
11.2. Многогранники.....	305
11.2.1. Тела Платона	305
11.2.2. Пирамида.....	307
11.2.3. Пересечение многогранника с прямой линией	309
11.2.4. Сечение многогранника (пирамиды) плоскостью	310
11.2.5. Призма.....	311
11.3. Конус	312
11.4. Цилиндр	314
11.5. Сфера.....	316
11.5.1. Свойства сферы и основные определения	316
11.5.2. 3D-модель сферы.....	317
11.5.3. Чертеж сферы.....	318

11.6. Конические сечения – коники.....	318
11.7. Тор.....	320
11.8. Сечения тора.....	321
Вопросы для самоконтроля	323
Глава 12. Приложение к лекции 6: Геометрические тела	325
12.1. 3D-модели тел Платона	325
12.1.1. Додекаэдр	325
12.1.2. Икосаэдр	327
12.1.3. Модель «Икосаэдр вписан в додекаэдр».....	329
12.2. Алгоритмы 3D- и 2D-построений пирамиды и призмы	330
12.2.1. 3D-модель пирамиды к рис. 11.4а	330
12.2.2. Чертеж многогранника (пирамиды) к рис. 11.4б	332
12.2.3. Модель и чертеж к рис. 11.5 (пересечение прямой с пирамидой).....	332
12.2.4. 3D-модель и чертеж сечения пирамиды плоскостью (к рис. 11.6)	333
12.2.5. 3D-модель и чертеж призмы (к рис. 11.7).....	336
12.2.6. Параллелепипед по трем скрещивающимся прямым.....	337
12.3. 3D-модель и чертеж конуса.....	341
12.3.1. Модель конической и цилиндрической поверхностей (к рис. 11.8)	341
12.3.2. 3D-модель пересечения конуса с прямой линией (к рис. 11.9а)	342
12.3.3. Чертеж кругового конуса.....	343
12.4. 3D-модель цилиндра (см. рис. 11.10а)	344
12.5. 3D-модель и чертеж сферы (см. рис. 11.11)	345
12.6. Построение сферы, заданной четырьмя точками	347
12.7. 3D-модели коник.....	351
12.7.1. Методика построения коник	351
12.7.2. Эллипс.....	351
12.7.3. Парабола	353
12.7.4. Гипербола.....	353
12.8. Шары Данделена	354
12.8.1. Теорема Данделена.....	354
12.8.2. Построение 3D-модели теоремы Данделена	356
12.9. «Мистический шестиугольник» Паскаля	359
12.10. 3D-модели и чертеж тора	361
12.11. 3D-модели сечений тора	364
Библиографический список.....	366
Заключение	367

Введение

В учебнике приведено содержание нового лекционно-практического курса, альтернативного традиционному курсу начертательной геометрии, читаемому в вузах студентам инженерных и архитектурно-строительных специальностей и направлений.

Начертательная геометрия (НГ) изучает пространственные свойства объектов на основе отображений объектов на плоскость. НГ является теоретической основой построения чертежа. Преподавание НГ ведут кафедры графики на основе исторически сложившихся методик (в текущем году исполнилось 226 лет со дня начала НГ как самостоятельной учебной дисциплины). Карандаш, циркуль и линейка – вот инструментарий и основанные на нем методики курса, как его сегодня преподают в подавляющем большинстве вузов.

В настоящее время методы НГ практически не применяются при проектировании, а разработки ведутся в формате 3D, в компьютерном варианте его реализации. Сегодня НГ осталась только в учебном процессе кафедр графики.

3D-компьютерное моделирование – это создание реалистичных, объемных, виртуальных моделей. По этим признакам 3D-моделирование принципиально отличается от исторически традиционных 2D-методов проектирования на плоскости путем создания проекций объектов в виде чертежей. В инженерной практике 3D-модели – это узлы и детали машин, здания и сооружения в строительстве.

Подобно тому как НГ считается теоретической основой построения чертежа, новый курс создан как теоретическая основа 3D-моделирования, в котором объектами изучения являются действия над точками, прямыми и поверхностями на основе построения 3D-моделей и операций с ними.

Новый курс содержит 10 лекций и приложений к каждой лекции. В этом издании приведена первая часть курса, содержащая 6 лекций с приложениями. Предусмотрен мультимедийный формат ведения лекции. На лекциях рассматриваются реалистичные 3D-модели, по которым выполняются исследования пространственных свойств объектов. Приложения содержат дополнительные материалы к лекциям, алгоритмы построения моделей и примеры решения задач к практическим занятиям. Для сравнения приводятся решения задач методами НГ.

Темы лекций нового курса повторяют темы курса НГ, но излагаются не на основе построения проекций и их преобразований, а с позиций 3D-компьютерного моделирования, построения реалистичных виртуальных наглядных 3D-моделей.

НГ является одной из самых сложных учебных дисциплин. 3D-методы позволяют сделать содержание курса актуальным, доступным, поднять интеллектуальный уровень решаемых задач, учесть интерес молодежи к компьютерным методам.

Материал каждой лекции представлен в двух главах.

В главах 1, 2 рассмотрены термины и основы 2D- и 3D-геометрического моделирования. Приведены простейшие примеры построения 3D-моделей. Приведена характеристика Платформы nanoCAD как инструментального средства нашего курса.

В главах 3, 4 приведены операции по определению взаимного положения точек, прямых линий и плоскостей как простейших абстрактных объектов, важных для теоретического курса. На этих действиях основана и осваивается техника геометрического моделирования.

В главах 5, 6 рассмотрены операции автоматического проецирования точек и прямых линий на плоскость, автоматического построения чертежа этих объектов, построения точек пересечения, а также построение взаимно перпендикулярных прямых и плоскостей.

В главах 7, 8 приведены методы определения геометрических параметров объектов и моделей – размеров, расстояний, длин, углов, площадей, объемов и т. д., а также метрические задачи, основанные на этих методах. Основное внимание уделено 3D-методам решения в Платформе nanoCAD, но кратко рассмотрены и методы НГ.

В главах 9, 10 рассмотрены комплексные задачи, которые обобщают материал, пройденный в предыдущих лекциях. Показана история комплексных задач и их роль в нашем курсе. Показана эффективность 3D-методов решения, позволяющая «поднять планку» в уровне сложности задач и повысить интеллектуальный уровень студентов. Для сравнения приведены решения комплексных задач методами НГ.

В главах 11, 12 приведены задачи на построение 3D-моделей геометрических тел, построение точек на поверхности тел и точек пересечения тел с прямыми линиями и плоскостями. Рассмотрено построение красивейших тел Платона – додекаэдра и икосаэдра – и не менее красивых пирамиды, призмы, цилиндра, сферы. Особое внимание уделено коническим сечениям, для которых приведены исторические теоремы Паскаля и Данделена. Подробно рассмотрены тор и его исторические сечения: кривые Персея и круги Вилларсо.

Материалы лекций поясняются многочисленными рисунками, при выполнении которых учитывалась не только их геометрическое содержание, но уделялось значительное внимание красоте 3D-моделей, построенных в Платформе nanoCAD. Красота моделей, как и компьютерная виртуальность моделей, призвана способствовать привлечению внимания студентов к учебному курсу.

Начиная с 1991 г., когда в России появились программные продукты 3D-компьютерной графики, автор развивает это направление и внедряет его в курсы подготовки студентов инженерных и строительных специальностей, а также архитекторов [1, 2, 3].

С 2021 года автор преподает графические дисциплины на базе Платформы nanoCAD. В 2024 году при финансовой и организационной поддержке компании «Нанософт разработка» автором издан учебник «Инженерная 3D-компьютерная графика. Платформа nanoCAD» [4]. Настоящий учебник также издается при поддержке компании «Нанософт разработка».

ГЛАВА 1

Методы 2D- и 3D-геометрического моделирования (лекция 1)

Первая лекция вводит студентов в изучаемый курс. Рассмотрены термины и основы 2D- и 3D-геометрического моделирования и проектирования, дано их сравнение и обозначена взаимосвязь. Нужен ли сегодня чертеж и каковы современные методы его построения? Что такое начертательная геометрия? Представлены простейшие примеры построения 3D-моделей. Приведена характеристика Платформы nanoCAD как инструментального средства нашего курса.

1.1. Содержание, цель и задачи курса

Название курса: «Теоретические основы инженерной 3D-компьютерной графики». Курс представляет собой современную альтернативу традиционному курсу «Начертательная геометрия» и ориентирован на студентов всех инженерных специальностей.

Расшифруем название курса. Это требует знакомства с рядом определений.

Инженерная компьютерная графика – учебная дисциплина, которая изучает построение геометрических моделей, в том числе чертежей, инженерной сферы деятельности (т. е. машин и механизмов, их деталей, зданий и сооружений и др.) с использованием компьютерных технологий, заключающихся в применении компьютеров и графических программ в качестве инструмента.

Теоретическая основа курса – это раздел курса, в котором объектами изучения являются точки, прямые, плоскости, особенности их взаимного положения. Также объектами изучения являются базовые геометрические фигуры (их еще называют «геометрическими примитивами»: призма, конус, сфера и др.), построение и свойства сложных «классических» поверхностей (параболоид, гиперболоид, торс и др.). Из этих абстрактных моделей состоят модели реальных объектов. Знание теоретических основ позволит в следующих семестрах уверенно перейти к практической части курса, где моделями являются детали машин и строительные сооружения.

Модель – представление данных об объекте, показывающее его свойства, существенные для изучения объекта. В процессе изучения модель заменяет реальный объект. Возможны математические, геометрические, многочисленные физические модели одного и того же объекта. Например, $x^2 + y^2 = R^2$ – математическая модель окружности, в ней модель представлена математическими символами и их взаимосвязями. Начерченная циркулем окружность – ее геометрическая модель.

Геометрическая модель воспроизводит объект посредством геометрических примитивов и их взаимосвязей (пересечение, параллельность, форма и взаимное положение поверхностей и др.). Например, тонкий цилиндр – геометрическая модель карандаша, отображает его форму, длину, диаметр и пространственное положение. Отрезок прямой линии также может быть моделью карандаша, если его размеры малы по сравнению с размерами других элементов. То есть объект в зависимости от решаемой задачи может иметь множество моделей, в том числе и геометрических. Важное преимущество геометрических моделей перед математическими заключается в их наглядности.

Что означает «3D» в названии нашего курса? Различают 2D- и 3D-геометрические модели (*D* – Dimension: измерение, размерность). *2D-модели* – это чертежи, построенные в виде проекций на плоскости (см. ниже, раздел 1.3.1). В нашем курсе мы изучаем 2D-моделирование как частный случай геометрического моделирования. *3D-модели* – это объемные модели. Они могут быть физическими (макеты из глины, дерева, металла...). Сегодня в инженерном проектировании 3D-модели первоначально создают на компьютере и только после этого переходят к созданию реальных моделей, комплекта документации (в том числе чертежей) и созданию реальных объектов. В нашем курсе мы будем строить компьютерные 3D-модели и по ним изучать свойства реальных объектов.

Важно также разобраться в следующих двух определениях.

Пространственное мышление – это способность умственной деятельности видеть и представлять мир трехмерным, объемным, создавать пространственные образы, мыслить в терминах изображений и использовать их для решения практических и творческих задач.

Логическое мышление – это мыслительный процесс, которому свойственна доказательность, рассудительность и целью которого является получение обоснованного вывода из имеющихся предпосылок.

На основе приведенных определений сформулируем цель и задачи нашего курса.

Цель курса: изучение теоретических основ 3D-компьютерного геометрического моделирования применительно к задачам инженерной сферы деятельности.

Задачи учебного курса:

- 1) изучение и исследование геометрических свойств объектов методами компьютерного 3D-моделирования;
- 2) развитие пространственного и логического мышления;
- 3) освоение современных методов геометрического моделирования на базе Платформы nanoCAD;

4) изучение методов начертательной геометрии (НГ) в объеме, необходимом для чтения и построения чертежей.

Содержание и структура курса: 10 мультимедийных лекций, 16–18 практических занятий в компьютерном классе, решение задач методами компьютерного 3D-моделирования, контрольные работы и контрольно-графические задания. Завершается курс экзаменом.

Контрольно-графические задания (КГЗ)

КГЗ – это самостоятельная работа студента, подводящая итог отдельным разделам курса. Оценки по КГЗ составляют основу общей экзаменационной оценки. Предусмотрены три КГЗ:

- 1) КГЗ_1. Решение комплексных задач;
- 2) КГЗ_2. Исследование линии пересечения поверхностей второго порядка;
- 3) КГЗ_3. Расчет продолжительности инсоляции.

Рекомендуемая учебная литература [4, 5, 6] приведена в разделе «Библиографический список».

1.2. Платформа nanoCAD – инструментальное средство курса

Компьютерное моделирование предполагает применение графических программ. В течение 25–30 лет автор развивал и преподавал излагаемый курс в различных программах САПР. Начиная с 2022 г., в связи с требованиями импортозамещения, инструментальным средством курса является российская Платформа nanoCAD – продукт компании «Нанософт».

Расшифруем обозначение программы. «CAD» (Computer Aided Design) – «компьютерная поддержка проектирования». Эту часть обозначения в русской транскрипции расшифровывают как САПР – «система автоматизированного проектирования или система автоматизации проектных работ». Приставка «nano» (единица измерения, равная 10^{-9}) символизирует высокую точность построений. Из физики известно, что на этом уровне размеров проявляются качественно новые свойства материалов. Таким образом, nanoCAD – система автоматизированного проектирования высокой точности и нового качественного уровня проектирования.

Широта возможностей nanoCAD позволяет применять его как инструментальную базу при обучении широкому спектру учебных дисциплин. Мы будем использовать nanoCAD в нашем курсе теоретических основ геометрического моделирования. В следующем семестре – применять в курсе инженерной и компьютерной графики. На старших курсах студенты архитектурно-строительных специальностей будут изучать решение задач архитектурного и строительного проектирования на основе многочисленных модулей и вертикальных приложений Платформы nanoCAD. Примеры приложений: «СПДС» – строительные чертежи; BIM – 3D-модели зданий, системы отопления, электрооборудования, охранно-пожарная сигнализация; GeoniCS – землеустройство. Машинострои-

тели могут применять nanoCAD для проектирования деталей, машин, механизмов. Приборостроители – для разработки электросхем и т. д. Все приложения являются надстройками (дополнениями) к Платформе nanoCAD. Для нашего курса достаточно одной Платформы.

Платформа nanoCAD – сравнительно молодой и развивающийся программный продукт. Первая его версия выпущена компанией «Нанософт» в 2008 г. Версии ежегодно обновляются. Материал нашего учебника адаптирован к версиям 24.1 и 25.0, выпущенным в 2024–2025 гг.

О том, как установить Платформу nanoCAD на домашний компьютер и начать в ней работать, сказано в главе 2. Там же приведены сведения об интерфейсе и командах программы, алгоритмы решения задач и построения моделей. К разделам этой главы необходимо самостоятельно обращаться при решении задач нашего курса.

- Лектору: покажите содержание главы 2 как справочного материала. Остановитесь на разделах 2.1–2.3, посвященных установке и интерфейсу Платформы nanoCAD. Откройте nanoCAD и покажите элементы интерфейса на экране.

1.3. Методы геометрического моделирования 2D и 3D

Моделирование – метод исследования объектов или процессов реального мира на основе их моделей. *Геометрическое моделирование* – исследование пространственных свойств объектов на основе геометрических моделей (см. выше: *геометрические модели*, раздел 1.1).

1.3.1. Сравнение 2D- и 3D-методов моделирования

В зависимости от применяемых моделей различают двумерные (2D) и трехмерные (3D) методы геометрического моделирования. Рассмотрим и сравним эти методы на примере моделей отрезка прямой линии. (Построение моделей – см. раздел 2.7.)

3D-модель отрезка (рис. 1.1а, б) прямой линии построена в Платформе nanoCAD. Это модель пространственная и наглядная, поэтому легко воспринимается зрением и сознанием человека. Средства nanoCAD позволяют осмотреть модель с разных сторон, выполнить измерения: определить координаты концов отрезка, углы отрезка с плоскостями координат.

2D-модель отрезка (рис. 1.1в) – это его чертёж, выполненный на плоскости, например на листе бумаги в клеточку. Чертёж не обладает наглядностью 3D-модели. Чтобы понять по нему пространственное положение и параметры отрезка, требуется специальная подготовка. При вращении 2D-модели видно, что это плоское изображение (рис. 1.1г), которое может быть вырождено в прямую линию.

Построение модели к рис. 1.1 приведено в разделе 2.23.1.

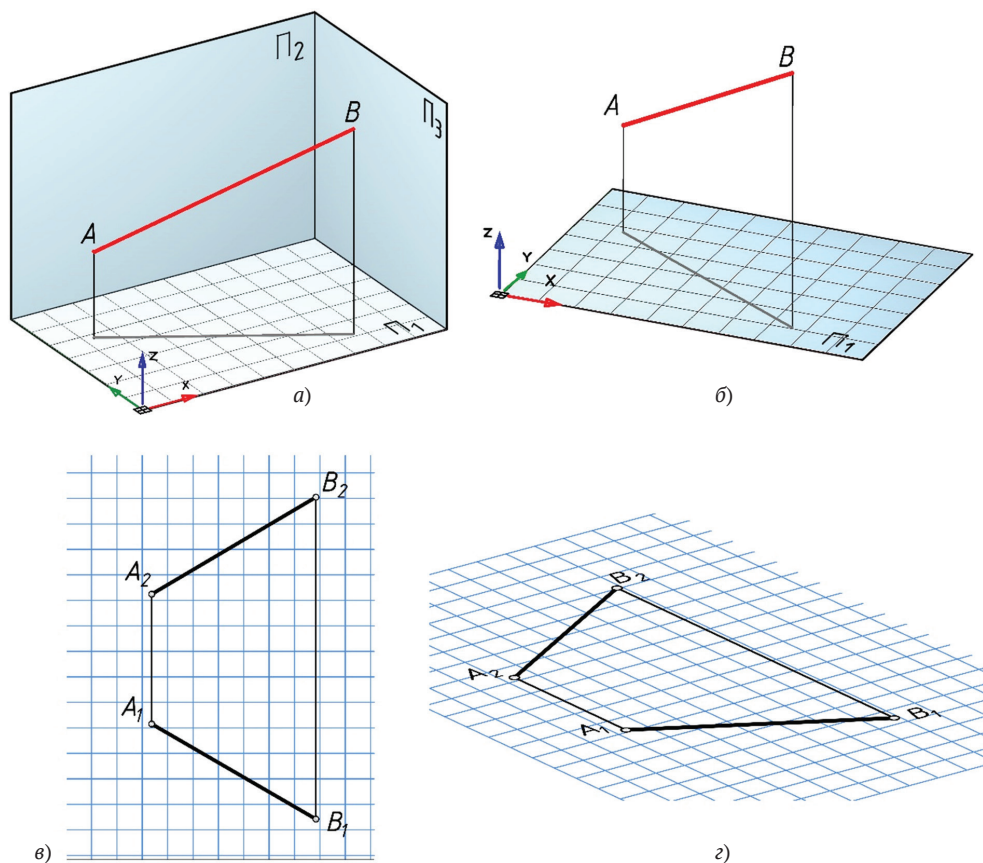


Рис. 1.1. Модель отрезка:

а, б – 3D-модель при различном направлении взгляда;
 в – 2D-модель (чертеж), взгляд перпендикулярно плоскости чертежа;
 г – взгляд под непрямым углом к плоскости

○ Лектору:

- откройте файл «Сравнение 2D-3D отрезок .dwg» (см. раздел 2.23.1);
- вращайте 3D-модель отрезка, демонстрируя виртуальную реальность моделей;
- покажите чертеж отрезка, вращайте и покажите, что чертеж является плоским и не обладает наглядностью;
- по 3D-модели определите метрические характеристики отрезка, например, командой «Список» или через окно «Свойства»: длину отрезка, координаты его конечных точек, углы наклона.

1.3.2. Чертеж – геометрическая 2D-модель объекта

2D-модели – это чертежи на плоскости, на листе бумаги, где каждая точка в плоскости чертежа имеет две координаты (отсюда и название «2D»). Мы живем в трехмерном мире и нам естественно 3D-моделирование. Но до появления компьютеров построение 3D-моделей объектов было или более сложным, чем создание чертежей, или вообще невозможным. Поэтому 2D-построения

в виде чертежей преобладали над 3D-моделями, и до появления компьютерных 3D-программ являлись основным методом проектирования.

При использовании 2D-технологии проектирования конструктор создает чертеж, содержащий плоские изображения объекта: его виды, разрезы и сечения. Объемная модель проектируемого изделия формируется мысленно, в голове конструктора. Этот метод является традиционным, используется уже веками, оставаясь распространенным и по сей день.

Основные инструменты такой технологии – лист бумаги, карандаш, линейка и циркуль. Существуют и компьютерные версии 2D-проектирования, где компьютер служит лишь инструментом автоматизации рутинной графической работы: проведения линий нужной толщины, оформления надписей заданным шрифтом, прорисовки стрелок требуемой формы и т. д., но не более.

1.3.3. Начертательная геометрия – «грамматика чертежа» [7]

Теоретической основой 2D-построений является начертательная геометрия.

Начертательная геометрия (НГ) – наука и учебная дисциплина, изучающая пространственные свойства объектов на основе отображений объектов на плоскость чертежа (проекций). НГ является теоретической основой построения чертежа, содержащей закономерности и принципы его построения.

Различают прямую и обратную задачи НГ. Прямая задача – построить чертеж объекта, отвечающий предъявляемым к нему требованиям (о требованиях к чертежу – см. ниже, раздел 1.4.2). Обратная задача – по чертежу воспроизвести 3D-модель объекта, позволяющую построить этот объект.

Основателем НГ является *Гаспар Монж* (1746–1818) – французский математик, геометр, государственный деятель. Его трактат «Начертательная геометрия» [6], который вышел в свет в 1799 г., считается началом этой науки и учебной дисциплины.

Возникла НГ как следствие сложности 3D-моделирования. Приведем две цитаты из юбилейного сборника¹, посвященного Г. Монжу:

«Анализируя решения стереометрических задач посредством геометрических построений, он [Г. Монж] убедился, что такое решение является только умозрительным, но что конкретно посредством чертежных инструментов оно невыполнимо. Его можно бы выполнить пластически в пространстве трех измерений, если бы имели возможность совершать в этом пространстве такие “чертежные” манипуляции, как построение линий, плоскостей и вообще любых поверхностей. Но, как известно, это невозможно. Мало того, мы не можем даже фиксировать точку в пространстве».

«...Гаспар Монж свел невозможные <...> построения в пространстве трех измерений к действиям над двумя ортогональными проекциями какого-либо тела...»

¹ Каргин Д. И. Гаспар Монж – творец начертательной геометрии / Гаспар Монж: сборник статей к двухсотлетию со дня рождения. – Изд-во АН СССР, 1947. – С. 17–44.

Подчеркнем, что это академическая формулировка корней начертательной геометрии, – в прошлом строить чертеж, работая непосредственно в 3D-пространстве, было практически невозможно. Невозможно было и при Г. Монже, и в год его юбилея (1947 г.). Но ведь сейчас инструмент для таких действий общедоступен – это компьютер с современной графической программой – например, Платформой nanoCAD. Так нужен ли чертеж в наше время? Этот вопрос рассмотрим ниже (см. раздел 1.4.1).

1.3.4. Виртуальная реальность как основа компьютерного 3D-моделирования

Если построения происходят в объеме (например, создается модель из глины, дерева), то это 3D-построения и моделирование, так как каждая точка модели строится по трем координатам. Современное компьютерное 3D-моделирование реализует принцип виртуальной реальности (VR). Приведем два определения из интернета.

Виртуальная реальность – это компьютерная технология, «создающая имитацию трехмерного мира, которым пользователь может управлять и исследовать, чувствуя себя как в настоящей реальности».

«Виртуальная реальность (VR) – это генерируемая с помощью компьютера трехмерная среда, с которой пользователь может взаимодействовать, полностью или частично в нее погружаясь. Свойства VR. Правдоподобная – поддерживает у пользователя ощущение реальности происходящего. Интерактивная – обеспечивает взаимодействие со средой. Машинно-генерируемая – базируется на мощном аппаратном обеспечении. Доступная для изучения – предоставляет возможность исследовать большой детализированный мир. Создающая эффект присутствия – вовлекает в процесс как мозг, так и тело пользователя, воздействуя на максимально возможное число органов чувств».

Компьютерное 3D-моделирование активно развивалось с 1960–1970-х гг., но стало широко доступным с появлением современных 3D-графических программ примерно 30–35 лет назад. Постепенно стало возможным построение реалистичных 3D-моделей, существующих как бы за экраном компьютера, отсюда название «виртуальных» моделей. То есть был реализован принцип VR. Модели VR реализованы и в российской Платформе nanoCAD.

Виртуальную 3D-модель можно осмотреть со всех сторон, разрезать, получить произвольное сечение, отредактировать. Для модели можно выполнить прочностной расчет, для архитектурных объектов – построить перспективу, фото-реалистичное изображение и т. д.

В дополнение к рис. 1.1 рассмотрим еще один пример, показывающий преимущества компьютерной 3D-модели в сравнении с чертежом. На рис. 1.2 приведены 3D- и 2D-модели конуса (построение моделей – см. раздел 2.23.2). 3D-модель построена в Платформе nanoCAD. Она является наглядной (рис. 1.2а, в). Применение цвета и света делает ее высокореалистичной. Панель свойств (рис. 1.2б) позволяет редактировать все параметры конуса – в частности, показан раздел редактирования геометрических параметров. Возможно автоматическое по-

строение разрезов (рис. 1.2в) и выполнение других многочисленных операций 3D-моделирования. Предусмотрены автоматические измерения геометрических характеристик – например, вычисление объема, площади поверхности, центра тяжести. Чертеж конуса, т. е. его 2D-модель (рис. 1.2г, д), этими свойствами не обладает.

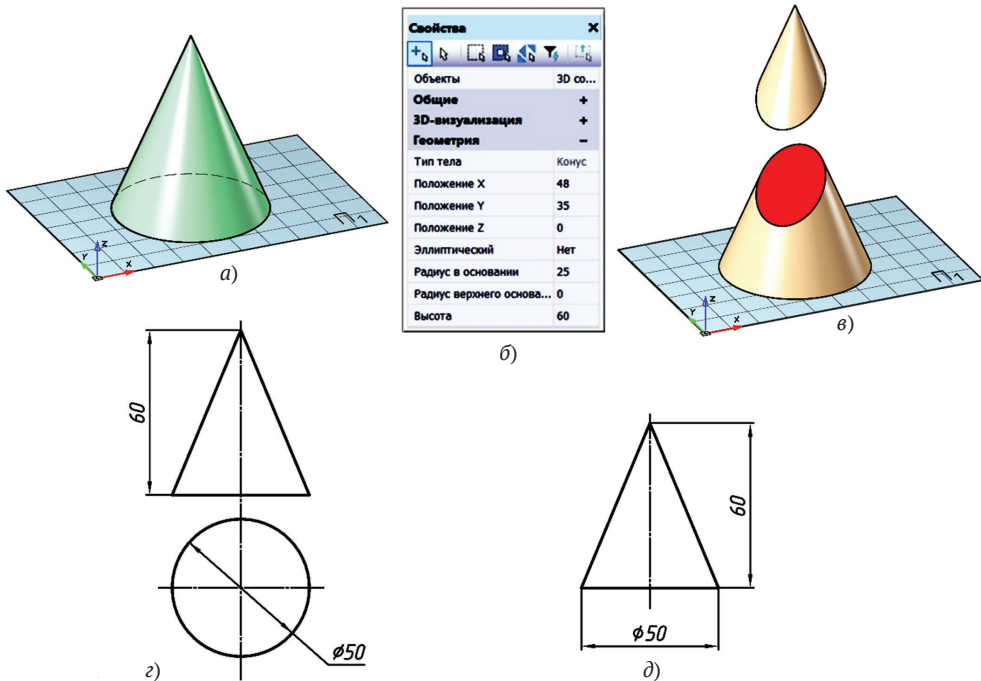


Рис. 1.2. Модель конуса:

а – 3D-модель; *б* – панель свойств с параметрами конуса;
в – разрез как пример редактирования 3D-модели; *г* – 2D-модель; *д* – чертеж

Важным достоинством компьютерного 3D-моделирования является возможность автоматического построения чертежей. В современных САПР чертежи получают после того как создана 3D-модель, т. е. на завершающей стадии проектирования. Имеются эти возможности и в *napoCAD*. Их практическое применение, т. е. автоматическое построение чертежей, рассмотрено в последующих курсах инженерной и компьютерной графики [4].

3D-технология, использующая современное компьютерное оборудование и программное обеспечение, становится неотъемлемой частью проектирования на многих предприятиях и фирмах, а зачастую и основным методом проектирования. Появляются новые графические программы 3D-проектирования. Разработаны ГОСТы (государственные стандарты), при соблюдении которых компьютерная 3D-модель может быть передана в производство без построения чертежей. Для этого созданы программы, преобразующие компьютерную 3D-модель в траекторию режущего инструмента станков с ЧПУ (числовым программным управлением), что упрощает процесс изготовления детали.

Построение модели к рис. 1.2 приведено в разделе 2.23.2.

○ Лектору:

- откройте файл «Сравнение 2D-3D конус .dwg» (см. раздел 2.23.2). Можно на лекции воспроизвести рис. 1.2, построив конус;
- вращайте изображение конуса, демонстрируя виртуальную реальность;
- для сравнения постройте чертеж конуса и покажите, что это плоское изображение с низкой наглядностью;
- командами «Главная \ Утилиты \ Сведения» определите по 3D-модели объем конуса и площадь его поверхности;
- измените цвет конуса, командой «Разрез» разделите конус, а затем его верхнюю часть переместите вверх;
- командой «2D Вид» постройте чертеж конуса в автоматическом режиме.

1.4. Назначение чертежа и основы его построения

Чертеж – геометрическая модель объекта, построенная на плоскости (листе бумаги) по определенным правилам. Он состоит из проекций объекта и применяется в технике и строительстве для деталей, машин, зданий с целью их изготовления и контроля. Известна крылатая фраза: «Чертеж – язык техники» [7], к ней можно добавить: «международный язык техники».

1.4.1. Зачем сегодня нужен чертеж

Основное внимание в нашем курсе уделяется построению и исследованию 3D-моделей. Вместе с тем инженеру необходимо знание основ построения чертежа. Причины этого следующие:

- 1) исторически чертеж на бумаге стал первым носителем информации о геометрических свойствах объекта. На предприятиях хранятся огромные архивы чертежей, которые инженер должен уметь прочесть, понять геометрическую форму изделия и требования к его изготовлению;
- 2) чертеж в ортогональных проекциях обладает низкой наглядностью (это было показано на рис. 1.1в, г и 1.2г, д). Для его понимания необходимо знать, как чертеж был получен, чтобы мысленно восстановить образ объекта;
- 3) компьютерные 3D-модели, несмотря на их неоспоримые достоинства, еще не получили должного распространения ввиду недостаточного уровня компьютеризации производства. Поэтому задания рабочему по-прежнему выдаются в виде чертежей;
- 4) инженер должен обладать элементарными навыками черчения, чтобы в разговоре, в быту, выразить свою мысль в виде простого чертежа (эскиза);
- 5) в учебном процессе и в нашем курсе условия задач студентам выдаются в виде чертежей.

Таким образом, и сегодня роль чертежа как «языка техники» в инженерной подготовке сохраняется.

1.4.2. Требования к чертежу

Чертеж как «язык техники» должен отвечать трем требованиям: быть обратимым, наглядным и соответствовать государственным стандартам черчения (ГОСТ).

Обратимость чертежа – это однозначность восприятия пространственной формы отображенного на чертеже объекта. Обратимый чертеж не должен допускать различного толкования геометрической формы и размеров отображаемых на нем деталей, машин, зданий. Обратимость является основным требованием, предъявляемым к чертежу. Для технического чертежа обратимость предполагает также наличие технических условий для изготовления объекта.

Наглядность – мера восприятия чертежа человеком. Наглядный чертеж легко воспринимается без каких-либо текстовых комментариев. Для этого нужно построить необходимые изображения (виды, разрезы, сечения...). Дополнительно для наглядности применяют различные типы линий, линии различной толщины и цвета, аксонометрические и перспективные изображения.

Стандарты черчения определяют многочисленные требования к построению: размеры чертежа (его формат); типы и параметры линий; указания, как правильно выполнить разрез, сделать надпись, проставить размеры и т. д.

В нашем теоретическом курсе мы рассмотрим обратимость чертежа с позиций геометрии, т. е. восприятия пространственной формы объекта. Технические требования, прежде всего простановку размеров, а также наглядность и стандарты, будем изучать в курсе инженерной и компьютерной графики [4].

1.4.3. Метод проецирования

Проекция – это изображение трехмерного объекта на плоскости. Из проекций объекта состоит его чертеж.

Метод проецирования, которым осуществляется построение проекций, состоит в следующем (рис. 1.3). Пусть имеется объект, например прямоугольник $ABCD$ и плоскость Π' , на которой необходимо построить проекцию объекта. Эту плоскость также называют плоскостью проекции или картинной плоскостью. Различают центральное, параллельное и ортогональное проецирование. При центральном проецировании (рис. 1.3а, б) назначают центр проецирования – точку S . Через центр S проводят проецирующие лучи $SA, SB \dots$, проходящие через точки объекта. Находят точки $A', B' \dots$ пересечения лучей с плоскостью картины. Найденные точки являются проекциями точек объекта – например, точка A' является проекцией точки A (запись этого соотношения: $A \rightarrow A'$). Множество точек-проекций образуют проекцию объекта. Так, отрезок $AB \rightarrow A'B'$. Четырехугольник $ABCD \rightarrow A'B'C'D'$.

Центральное проецирование

Основной вид проецирования – центральное проецирование. Остальные – его частные случаи. Некоторые свойства центрального проецирования (см. рис. 1.3а):

- 1) проекцией точки является точка;

- 2) проекцией прямой линии является также прямая линия; исключение составляют прямые, которые проецируются в точку. Например, точка A' является проекцией луча SA ;
- 3) точка пересечения прямых линий отображается в точку пересечения их проекций.

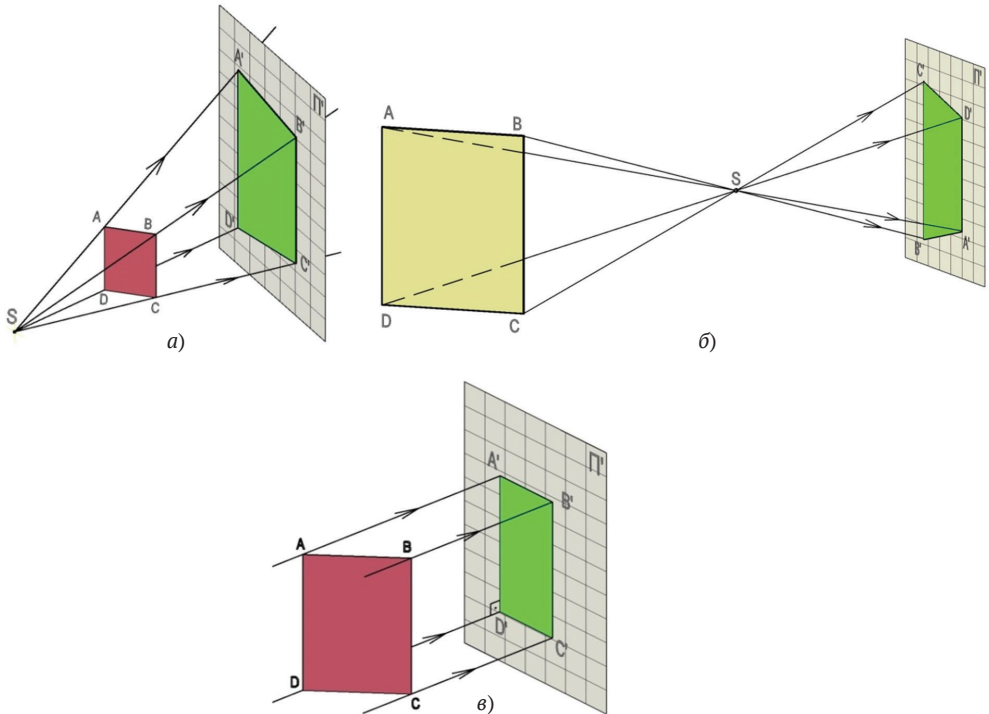


Рис. 1.3. Методы проецирования:
 а, б – центральное проецирование; в – ортогональное проецирование

При центральном проецировании проекции параллельных прямых в общем случае отображаются в пересекающиеся прямые. Например, стороны прямоугольника AB и CD взаимно параллельны ($AB \parallel CD$), однако их проекции $A'B'$ и $C'D'$ являются отрезками пересекающихся прямых. Исключение составляют взаимно параллельные отрезки, если они параллельны картинной плоскости. Проекция таких отрезков также взаимно параллельны. Например, если $AD \parallel BC \parallel \Pi'$, то $A'D' \parallel B'C'$.

Вариант центрального проецирования (рис. 1.3б) соответствует нашему зрению: точка S – центр хрусталика глаза, картинная плоскость Π' – сетчатка. Поэтому центральное проецирование позволяет получить на плоскости изображение, в первом приближении соответствующее зрительному восприятию. Центральная проекция, выполненная в определенных условиях, называется перспективной проекцией. Преимущественная область применения центрального проецирования – построение перспективных проекций в архитектуре.

Параллельное проецирование

При бесконечном удалении центра проецирования от картинной плоскости проецирующие лучи становятся взаимно параллельными. Такое проецирование называют параллельным проецированием. Оно позволяет, например, построить тень от солнечных лучей. Отмеченные выше три основных свойства центрального проецирования сохраняются и при параллельном проецировании, но к ним добавляются еще два свойства:

- 4) проекция отрезка, параллельного плоскости, конгруэнтна самому отрезку. Конгруэнтность в геометрии – это совпадение отрезков или фигур при совмещении. Это свойство относится и к плоским фигурам, если их плоскость параллельна плоскости проекции;
- 5) проекции параллельных прямых также взаимно параллельны.

Ортогональное проецирование

Для технических приложений применяют ортогональное проецирование (рис. 1.36). Это частный случай параллельного проецирования, в котором проецирующие лучи перпендикулярны плоскости проекций. Ортогональное проецирование обладает приведенными выше свойствами центрального и параллельного проецирования. К его дополнительным свойствам относится особенность проецирования прямого угла (см. раздел 5.9). Ортогональное проецирование наиболее полно передает восприятие объекта, если направление взгляда перпендикулярно плоскости картины, экрана компьютера или чертежа.

- Лектору:
 - откройте файл «Методы проецирования .dwg» (см. раздел 2.23.3);
 - покажите компоненты центрального проецирования (ЦП): центр, объект, лучи, картину, проекцию;
 - поясните основные свойства ЦП. Обратите внимание на проецирование параллельных прямых – их проекции в общем случае являются пересекающимися прямыми;
 - поясните модель и свойства ортогонального проецирования как основного метода построения чертежа.

1.4.4. Проецирование на две плоскости как условие обратимости чертежа

Если точку с проекции (с картинной плоскости) перемещать обратно по лучу ее проецирования (по обратному лучу), то точка может занимать произвольное положение на этом луче. Например (рис. 1.4а), точка A' является ортогональной проекцией точек A, K, L, M, N и в целом всего луча a . Прямоугольник $A'B'C'D'$ является проекцией множества геометрических объектов: пространственных плоских четырехугольников α и β , криволинейной поверхности γ (например, гиперболического параболоида) и призмы δ , контуры которых отображаются в $A'B'C'D'$. Из этого примера наглядно следует, что одна проекция не обеспечивает обратимости чертежа.

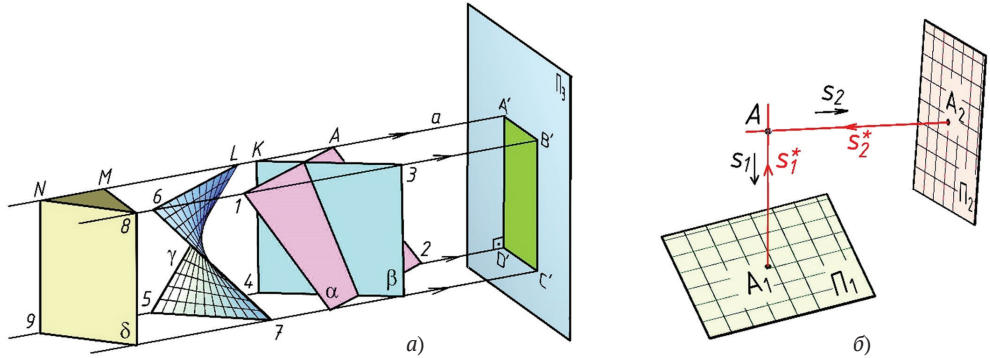


Рис. 1.4. Обратимость чертежа:

a – необратимость при одной проекции; *b* – две проекции как условие обратимости

Для того чтобы точка однозначно воспроизводилась в пространстве, она должна быть пересечением двух обратных лучей. Поясним это на рис. 1.4б. Пусть для точки *A* построены проекции *A*₁ и *A*₂ на предварительно заданные плоскости Π_1 и Π_2 . Направление проецирования определено векторами *s*₁ и *s*₂. Имея названные проекции и восстановив обратные лучи *s*₁^{*} и *s*₂^{*}, получим точку *A* как единственный результат пересечения обратных лучей.

Наличие двух проекций модели является необходимым и достаточным условием обратимости чертежа этой модели.

Необходимость означает, что чертеж должен содержать минимум две проекции. Имеются исключения, когда чертеж понятен с одной проекцией. Это относится к техническим чертежам, которые могут быть дополнены специальными символами или комментариями. Например, на чертеже конуса (см. рис. 1.2д) знак диаметра делает обратимым чертеж, содержащий одну проекцию.

Наличие двух проекций является и *достаточным* условием обратимости. То есть если на чертеже заданы две проекции и известно, как они были построены, то чертеж обратим (здесь также имеются коварные исключения: две, но не любые две). Из этого следует, что по двум проекциям можно построить третью, четвертую и любую другую проекцию объекта. Поэтому, если на чертеже приведено более двух проекций, это сделано для повышения наглядности чертежа.

○ Лектору:

- откройте файл «Обратимость чертежа .dwg», воспроизводящий модель рис. 1.4а (см. раздел 2.23.4);
- поясните, что однопроекционный чертеж необратим;
- поясните необходимость двух проекций как условия обратимости чертежа.

1.4.5. Эпюр Монжа

За 225 лет существования начертательной геометрии было разработано множество методов создания обратимых чертежей. Основным из них, принятым при построении чертежей, является метод Гаспара Монжа (о Г. Монже см. выше, раздел 1.3.3).

Сущность метода Монжа состоит в том, что объект ортогонально проецируют на две взаимно перпендикулярные плоскости. Затем для получения плоской модели горизонтальную плоскость вместе с проекциями поворачивают вокруг линии пересечения плоскостей до совмещения с фронтальной плоскостью. Полученное плоское изображение является обратимым чертежом объекта.

Метод Монжа пояснен на рис. 1.5 на примере построения чертежа точки A . Точка A задана в декартовой системе координат (рис. 1.5а). Вводим две плоскости проекций (рис. 1.5б). Плоскость Π_1 совпадает с координатной плоскостью XOY , плоскость Π_2 – с плоскостью XOZ . Строим проекции точки A на эти плоскости – это точки A_1 и A_2 . Модель дополняем отрезками перпендикуляров (A_2, A_{12}) и (A_1, A_{12}), опущенных из точек проекций на ось OX . Получаем пространственную модель точки A , содержащую две ее проекции.

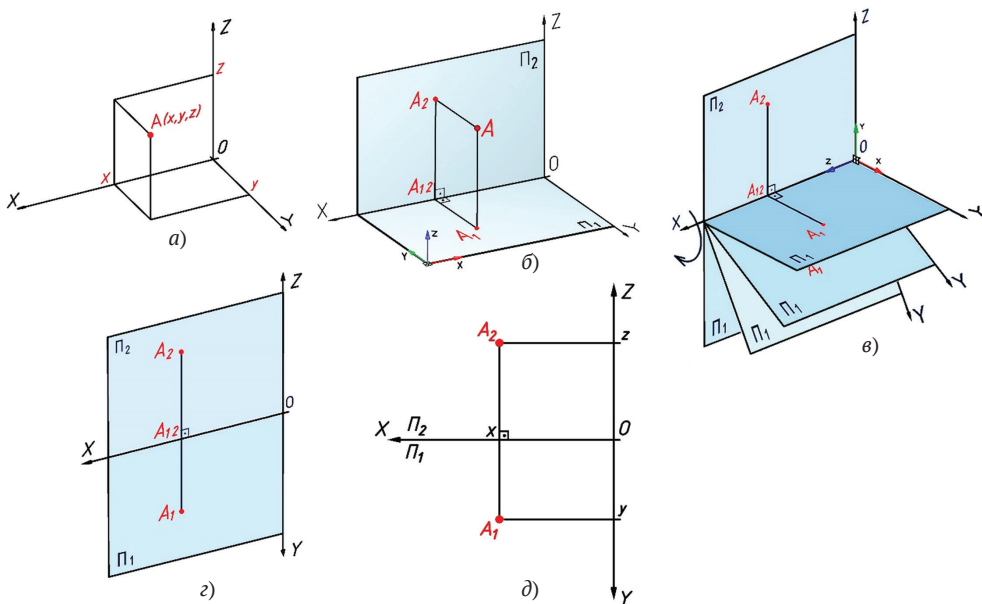


Рис. 1.5. Пространственная модель построения чертежа точки:

- а – точка в декартовой системе координат;
- б – ортогональное проецирование точки на две плоскости;
- в – вращение горизонтальной плоскости проекций;
- г – совмещение плоскостей в единую плоскость чертежа;
- д – чертеж точки в двух проекциях

Для перехода от пространственной модели к плоской вращаем (рис. 1.5в) плоскость Π_1 вместе с проекцией A_1 и перпендикуляром (A_1, A_{12}) вокруг оси OX до совмещения с плоскостью Π_2 . При этом отрезки (A_2, A_{12}) и (A_1, A_{12}) совмещаются в линию (A_1, A_2). Изображение, получаемое в плоскости Π_2 , является двухпроекционным чертежом точки A (рис. 1.5г, д).

Чертеж, полученный по методу Монжа, называют «комплексным чертежом» или «эпюром Монжа» («эпюр» – от франц. *epure*, чертеж).

Последовательность построения чертежа точки (эпюр Монжа для точки)

1. На плоскости построений (на листе бумаги) нанесите оси декартовой системы координат $OXYZ$ (см. рис. 1.5*д*).
2. На оси X отложите X -координату точки A . Через найденную точку проведите вертикальный отрезок.
3. На построенном отрезке от оси X вверх отложите Z -координату точки и поставьте точку A_2 – это фронтальная проекция точки A .
4. На том же отрезке от оси X вниз отложите Y -координату и обозначьте точку A_1 – это горизонтальная проекция точки A . Чертеж построен.

1.4.6. Трехпроекционный комплексный чертеж

3D-модель построения трехпроекционного чертежа точки A приведена на рис. 1.6. Добавлена плоскость Π_3 и построена профильная проекция A_3 (рис. 1.6*а*). Добавлены отрезки (A_1, A_{13}) и (A_3, A_{13}) , перпендикулярные к оси Y . Затем плоскость Π_1 с проекцией A_1 и отрезком A_1-A_{13} вращают вокруг оси OX до совмещения с плоскостью Π_2 – получена рассмотренная выше модель двухпроекционного чертежа. Дополнительно плоскость Π_3 с проекцией A_3 и отрезком (A_3, A_{13}) вращают вокруг оси OZ до совмещения с Π_2 (рис. 1.6*б*). Плоское изображение (рис. 1.6*в*), полученное при совмещении трех плоскостей, является комплексным чертежом точки A , содержащим три проекции (рис. 1.6*г*).

Важно понимать, что поскольку обратимость чертежа определяется двумя проекциями, то третья и любая другая проекция является следствием первых двух проекций. В рассмотренном примере (см. рис. 1.6*г*) это проявляется в том, что вследствие вращения и совмещения плоскостей проекций происходит «раздвоение» оси Y : одна из них, для нее сохраняют обозначение Y , направлена вниз вдоль оси Z , вторая – ось Y' – направлена вправо вдоль оси X . Это позволяет по оси Y' откладывать координаты, измеренные по оси Y . Таким образом, проекция A_3 имеет координаты Y, Z , взятые с проекции A_1 и A_2 , т. е. является их следствием.

Для построения трехпроекционного чертежа точки A необходимо (см. рис. 1.6*г*):

- 1) построить двухпроекционный чертеж, т. е. фронтальную A_2 и горизонтальную A_1 проекции точки A (см. выше, рис. 1.5*д*);
- 2) продлить вправо ось X и обозначить ее как ось Y' . Отложить на новой оси Y' -координату точки A ;
- 3) через точку u на оси Y' провести вертикальный, а через точку z – горизонтальный отрезки. Точку их пересечения обозначить как A_3 – это третья, профильная проекция точки A .

Равенство координат Y , откладываемых по осям Y и Y' , позволяет для построения проекции A_3 применять циркуль или линию преломления OK , проведенную под 45° (рис 1.62).

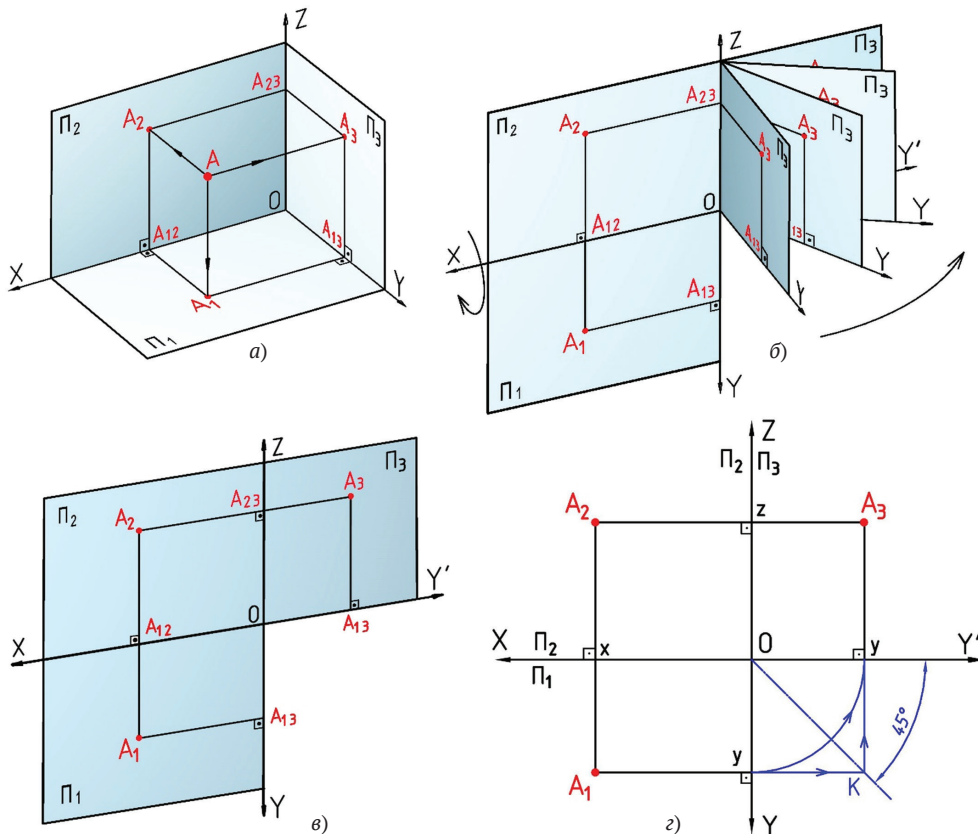


Рис. 1.6. Построение трехпроекционного чертежа точки:

a – ортогональное проецирование на три плоскости;

b – вращение профильной плоскости проекций; c – совмещение трех плоскостей;

d – чертеж точки в трех проекциях

1.4.7. Обозначения объектов и проекций на чертежах.

Проекционная связь

В курсе начертательной геометрии объектам и их проекциям присваивают имена. Точки обозначают прописными буквами латинского алфавита или цифрами; линии и их отрезки – строчными буквами латинского алфавита; плоскости и поверхности – буквами греческого алфавита.

Плоскости проекций для эюра Монжа и ортогонального чертежа обозначают прописной буквой греческого алфавита Π (читается «пи») с добавлением подстрочного индекса. Горизонтальная плоскость проекций обозначается как Π_1 , фронтальная – Π_2 , профильная – Π_3 .

Проекциям объектов присваивают подстрочный индекс, указывающий, на какую поверхность построена проекция. Например, $1_1, A_1, b_1, \Delta_1, \alpha_1$ – соответственно проекции точек $1, A$, отрезка b и плоскостей (поверхностей) Δ и α на плоскость Π_1 .

В результате разворота плоскостей проекций и совмещения их в единую плоскость чертежа между проекциями установлена проекционная связь. Рассмотрим ее на примере чертежа точки A (рис. 1.6г):

- 1) горизонтальная и фронтальная проекции точки принадлежат единой вертикальной линии связи. На рис. 1.6г такая линия – это отрезок (A_1, A_2) , является совмещением в единую прямую отрезков (A_1, A_{12}) и (A_{12}, A_2) ;
- 2) фронтальная и профильная проекции точки принадлежат горизонтальной линии связи – это отрезок A_2-A_3 ;
- 3) горизонтальная и профильная проекции принадлежат ломаной линии связи (A_1, K, A_3) , получаемой с помощью линии преломления. Линия преломления – биссектриса угла OYY' .

○ Лектору:

- откройте файл «Эпюр Монжа .dwg», воспроизводящий модели на рис. 1.6а (см. раздел 2.23.5);
- покажите вращение плоскостей Π_1 и Π_2 вместе с проекциями до совмещения в единую плоскость (см. рис. 1.6б);
- после совмещения плоскостей установите вид на плоскость и покажите полученный чертеж – эпюр Монжа (см. рис. 1.6в) из трех проекций;
- покажите компоненты и проекционную связь точек чертежа (см. рис. 1.6г).

1.5. Построение 3D-моделей в Платформе nanoCAD

После рассмотрения геометрической модели в виде чертежа перейдем к современному методу геометрического моделирования – компьютерному 3D-моделированию в Платформе nanoCAD.

1.5.1. 3D-модели и режимы их построения

Пространственные объекты nanoCAD подразделяют на линии, сети, поверхности, твердотельные модели.

Линии применяют для построения контуров, каркасов моделей, линий пересечения тел и для вспомогательных построений.

Сети и поверхности можно представить как пленку нулевой толщины. Простейшая поверхность – плоскость. Поверхностные и сетевые модели позволяют воспроизводить сложные пространственные формы (мебель в интерьерах, горный рельеф, корпус автомобиля и др.).

Твердотельные модели рассматривают как наполненные материалом. Эти модели могут иметь сложную пространственную форму. Наряду с поверхностными свойствами (площадь, контуры сечений) для твердотельных моделей

можно определить объемные свойства (массу, центр тяжести, моменты инерции). Твердотельные модели также называют *телами, солидами* (Solid – твердый, сплошной, цельный). Такие модели преимущественно применяются для построения моделей машиностроительных деталей и узлов, моделей зданий и сооружений. Подробнее см. ниже, раздел 1.5.4.

Объектами нашего теоретического курса будут точка, линии (отрезок прямой, окружность, эллипс, сплайн) и тела (параллелепипед, сфера, конус и др.).

В Платформе nanoCAD предусмотрены следующие режимы моделирования: прямое, параметрическое, листовое моделирование, сети. Режимы сгруппированы в разделе:

◆ Лента \ 3D-инструменты \ Режимы моделирования.

Каждый режим имеет свою область применения, набор команд, алгоритмов построений и типы объектов. Мы будем применять режим и объекты прямого моделирования (см. ниже раздел 1.5.4). Этот режим рассматривается как наиболее простой в изучении. Параметрическое моделирование сложнее в освоении и реализации, но имеет более широкие возможности редактирования моделей на любой стадии их создания. Этот и остальные режимы и объекты рассматриваются в курсе компьютерной графики [4].

Начнем с простейших 3D-моделей (точка, отрезок прямой, треугольник, параллелепипед).

1.5.2. Построение точки

Точка в геометрии – это абстрактный объект, не имеющий размеров, характеризующийся только своим положением в пространстве. В теоретическом курсе точка является самостоятельным объектом многих задач, в которых нужно построить точку и отобразить ее на экране. Точки на экране отображаются маркерами. В Платформе nanoCAD предусмотрен большой набор маркеров, которые имеют различную форму, им можно придать различный размер и цвет. Для простановки точек-маркеров применяют команду «Точка». Координаты задают в текущей системе координат ПСК. О настройке маркеров и построении точек см. раздел 2.7.1.

○ Лектору:

- в шаблоне постройте точку с координатами (60.5, 50, 40). Покажите маркер точки во всех видовых окнах шаблона;
- покажите раздел 2.10 о задании и вводе координат в командную строку.

1.5.3. Модели отрезка и треугольника

Следующим «по значимости» объектом нашего курса является отрезок прямой линии. Напомним определение: прямая линия – геометрическое место точек, в котором расстояние между двумя произвольными точками является минимально возможным. Отрезок – часть прямой линии.

Многие задачи нашего курса ориентированы на операции с отрезками. Для построения отрезков применяют команду «Отрезок». О построении отрезка по координатам его конечных точек см. раздел 2.7.2.

На рис. 1.7 показана 3D-модель треугольника, образованного тремя отрезками. Координаты конечных точек отрезка, являющихся вершинами треугольника, заданы в таблице (рис. 1.7а). Модель (рис. 1.7б) показана в шаблоне, содержащем три видовых экрана, в которых объект отображен сверху, спереди и в аксонометрии (о шаблоне см. раздел 2.20). Для наглядности модели командой «Область» из контура треугольника создана плоская фигура. В видовых экранах установлен визуальный стиль «Концептуальный». Построена проекция треугольника на Π_1 . (О построении модели треугольника см. раздел 2.7.2.)

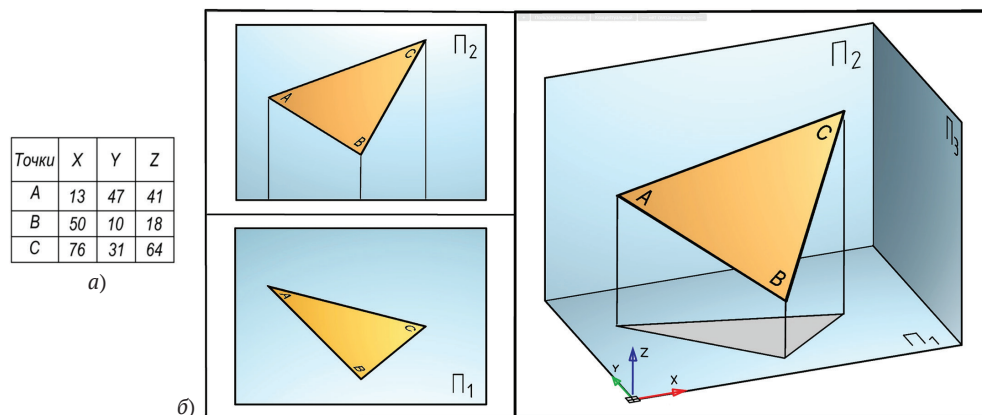


Рис. 1.7. Модель треугольника:

а – координаты вершин в МСК; б – отображение в видовых экранах шаблона

Отрезок прямой линии является одним из многочисленных линейных объектов, команды построений этих объектов расположены:

- ◆ Лента \ Вкладка «Главная» \ Группа «Черчение» или «Построение» \ Команда «Отрезок».

При дальнейшем указании команд будем применять сокращенную запись. Для наглядности возможно добавление кнопки команды:

- ◆ Главная \ Черчение \ Отрезок .

- Лектору: покажите расположение команд линейных объектов в Ленте. В шаблоне, окне аксонометрии, в МСК постройте треугольник из отрезков по координатам (рис. 1.7а). Из отрезков создайте область. Командой «Конвертирование в 2D» постройте проекцию треугольника на Π_1 .

1.5.4. Твердотельные 3D-модели прямого моделирования.

Параллелепипед

В режиме прямого моделирования 3D-модели формируют из так называемых геометрических примитивов – это параллелепипед, конус, сфера и др., а также из объектов, получаемых вращением, перемещением и вытягиванием плоского контура. Команды построения этих моделей расположены:

- ◆ 3D-инструменты \ Режимы моделирования \ Прямое \ Прямое моделирование.

Более сложные модели создаются с помощью команд объединения, вычитания и пересечения. Выполнение таких команд называется «булевы операции», и мы будем активно применять их при изучении линий пересечения тел. Булевы операции расположены:

◆ 3D-инструменты \ Булевы операции.

Примером геометрического примитива является параллелепипед (рис. 1.8). На рис. 1.8а параллелепипед показан в визуальном стиле «Скрытые линии», с отображением сетки. На рис. 1.8б – в шаблоне, в трех видах и юго-западной аксонометрии (координатные плоскости шаблона отключены). В окне аксонометрии включен визуальный стиль «Концептуальный». (О построении параллелепипеда см. раздел 2.7.3.)

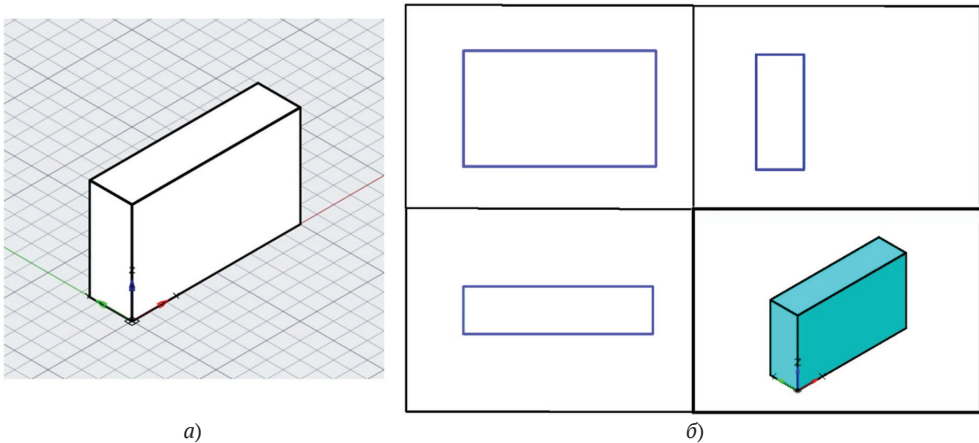


Рис. 1.8. Параллелепипед в пространстве модели (а) и на листе в видовых экранах шаблона (б)

○ Лектору:

- покажите на Ленте расположение команд прямого моделирования и булевых операций;
- в шаблоне постройте параллелепипед (Первый угол: 20,30 \ Другой угол: @60,15 \ Высота: 40).

1.6. Средства достижения точности компьютерных построений

Решение задач теоретического курса предполагает предельную точность результата построений, по которому будет оцениваться правильность решения. Рассмотрим средства достижения точности, предусмотренные в Платформе nanoCAD.

1.6.1. Точность вычислений и построений. Задание координат

Необходимо различать точность построений и точность вычислений. *Точность построений* определяется алгоритмом решения, т. е. зависит от пользователя. При неправильном алгоритме результат неизбежно будет ошибочным.

Точность вычислений Платформы nanoCAD определяется вычислителем программы и зависит от выполняемой операции. Например, погрешность вычисления расстояния между точками или координат точек взаимного пересечения отрезков прямой линии, отрезков с окружностью и с плоскостью не превышает 10^{-8} . Однако погрешность вычислений координат линий пересечений кривых поверхностей может быть значительно выше (а точность, соответственно, ниже), до 10^{-4} . Но и такая погрешность совершенно допустима для большинства задач.

В разделе 2.9 приведена оценка точности построений и вычислений на примере исторической задачи о свойстве изометрии куба.

При выводе результатов вычислений в текстовый экран по команде «Список», в панель «Свойства» или в строку состояния (см. рис. 2.1, поз. 12) значения округляются. Округление задается командой «Единицы» (см. раздел 2.9).

В шаблоне (см. раздел 2.20) округление линейных десятичных единиц задано 0.00 («до сотых»), угловых единиц (градусы) – 0.0 («до десятых»). При необходимости точность может быть скорректирована в большую или меньшую сторону.

Основной вариант построений – это построения по координатам, вводимым с командной строки. Предусмотрен ряд режимов ввода: декартовы координаты (это основной режим), полярные, цилиндрические, сферические системы координат, режим динамического ввода. Ввод координат в различных режимах рассмотрен в разделе 2.10.

Для повышения точности построений и вычислений предусмотрен ряд технических средств. Из них в нашем курсе будем применять режимы «ОРТО», «ОТС-ПОЛЯР», «ШАГ» и объектную привязку. О назначении и настройке режимов – см. разделы 2.12, 2.13.

○ Лектору:

- покажите отслеживание координат в строке состояния. Постройте несколько отрезков, включая-отключая режим «ОРТО». Покажите действие режима «ОТС-ПОЛЯР»;
- покажите раздел 2.9 об оценке точности построения изометрии.

1.6.2. Объектная привязка в 2D-построениях. Круги Аполлония

При выполнении точных геометрических построений возникает необходимость задать точку графического объекта с определенными качественными свойствами. Например, провести отрезок из центра ранее построенной окружности (т. е. найти точку центра), построить отрезок из конечной точки ранее построенной дуги (т. е. найти конечную точку дуги), построить касательную к окружности (т. е. найти точку касания) и др. Такие задачи требуют рассчитать координаты точки в зависимости от ее положения относительно объекта и задать такую точку. Эти действия с максимальной компьютерной точностью автоматически выполняет вычислитель nanoCAD. Процесс задания таких точек

называется «объектной привязкой». Это инструмент, позволяющий для графического объекта определить и задать точку с заданными свойствами.

Объектная привязка является основным инструментом точных построений для решения задач нашего теоретического курса. О настройке объектных привязок – см. раздел 2.13.1.

На рис. 1.9 приведены три задачи, характерные для нашего курса и показывающие действие и применение объектных привязок в 2D-построениях, т. е. на плоскости.

Задача 1 (рис. 1.9а). Из середины отрезка a провести отрезок m , касательный к окружности c до пересечения с отрезком b .

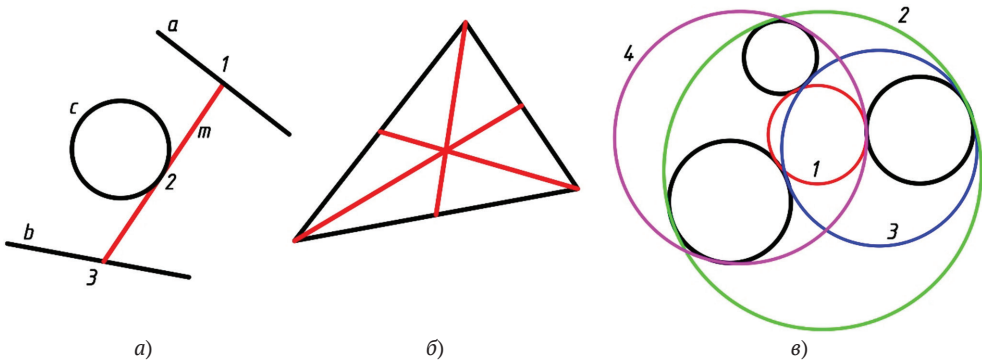


Рис. 1.9. Примеры геометрических построений на плоскости с объектными привязками: a – отрезок; b – пересечение медиан; $в$ – круги Аполлония

Построения – см. раздел 2.13.2.

○ Лектору: постройте исходные объекты a , b , c и отрезок m с применением объектных привязок.

Задача 2 (рис. 1.9б). В произвольном треугольнике построить медианы внутренних углов.

«Проверить» теорему «Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 2:1, считая от вершины треугольника» (см. раздел 2.13.3).

○ Лектору: выполните построения и покажите действие теоремы о свойствах медиан треугольника.

Задача 3 (рис. 1.9в). Построить окружность, касательную к трем окружностям.

Это также задача на применение объектной привязки, но задача особая, имеющая глубокие исторические корни. Рассмотрим эту задачу подробно.

Задача пришла из древней Греции и известна как задача Аполлония. Аполло́ний Пергский (262–190 до н.э.) – древнегреческий математик, великий геометр античности. Информацию об Аполлонии и его знаменитой задаче можно найти в интернете. Решение, данное самим Аполлонием, утеряно. Известны реше-

ния, полученные геометрами в средние века. Исследования этой задачи продолжаются и сегодня, разрабатываются новые алгоритмы ее решения.

Ввиду геометрической важности задачи алгоритм ее построения внесен в программное обеспечение Платформы nanoCAD и других САПР (систем автоматизированного проектирования).

На рис. 1.9в для трех окружностей (показанных черным цветом) приведены четыре круга Аполлония. Алгоритм построения и анализ этой задачи см. в разделе 2.13.4.

- Лектору: постройте три окружности и к ним несколько кругов Аполлония с внешним и внутренним касанием. В разделе 2.13.4. покажите геометрический узор (рис. 2.7) из кругов Аполлония и предложите студентам его построить.

1.6.3. Объектная привязка в 3D-построениях

Перейдем к задачам на пространственные построения, основанным на применении объектных привязок. Рассмотрим две типовые задачи.

Задача 4 (рис. 1.10а). Построить пространственную конструкцию из отрезков, в которой точки 1, 2, 3 – это угловые точки координатных плоскостей, точка 4 – основание перпендикуляра, опущенного из точки 3 на отрезок (1, 2), точка 5 – средняя точка отрезка (3, 4), точка 6 – центр круга, вписанного в треугольник (1, 4, 5), отрезок (6, 7) – перпендикуляр к плоскости круга, длина перпендикуляра должна быть 50 мм. Определить координаты точки 7 в МСК.

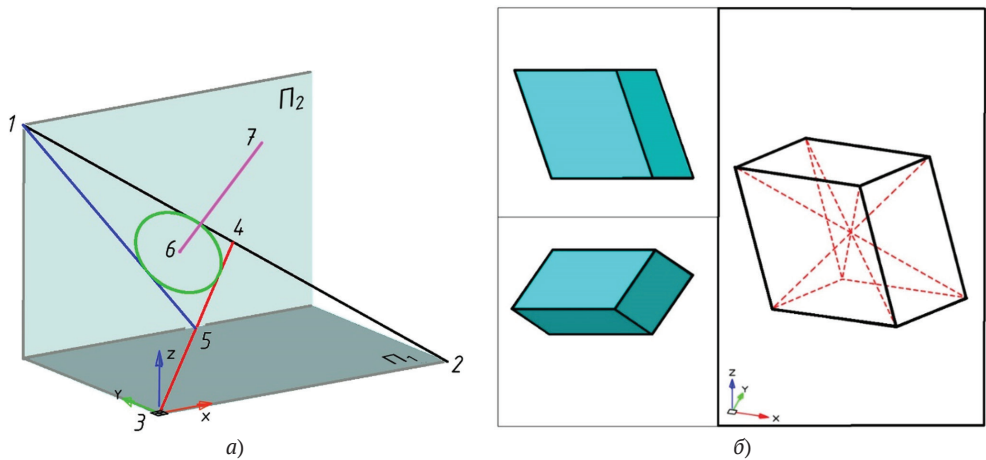


Рис. 1.10. Объектная привязка в 3D-построениях:
 а – пример 3D-построений; б – пересечение диагоналей параллелепипеда

Эта задача характерна тем, что в ней задействованы практически все объектные привязки, которые понадобятся при решении задач нашего курса. Это «Конточка», «Нормаль», «Середина», «Касательная», «Центр». Еще две привязки, «Пересечение» и «Узел», также активно применяемые в наших задачах, рассмотрим в следующем примере.

Результат решения задачи приведен на рис. 1.10а. Последовательность построения – см. раздел 2.13.5.

- Лектору: в шаблоне постройте конструкцию (рис. 1.10а) с применением объектной привязки.

Задача 5. В произвольном параллелепипеде определите точку пересечения его диагоналей.



Решение задачи основано на применении объектных привязок. Оно воспроизводит известное из школьного курса геометрии свойство параллелепипеда, что все его диагонали пересекаются в одной точке, в этой точке делятся пополам и что точка пересечения диагоналей является центром симметрии параллелепипеда. Убедимся в этом, выполнив геометрические построения и необходимые измерения.

На рис. 1.10б показано решение для произвольного (наклонного) параллелепипеда, все стороны которого являются параллелограммами. Применен визуальный стиль, в котором диагонали и скрытые ребра отображены штриховой линией. Диагонали построены с применением объектной привязки «Конточка» к углам параллелепипеда.

Пересечение диагоналей подтверждается тем, что при подведении курсора к месту проверяемого пересечения возникает сообщение объектной привязки «Пересечение». Для наглядности в место пересечения поставлена точка (маркер).

Равенство частей диагоналей, разделенных точкой пересечения, подтверждается измерениями, выполненными командой «Дист». Применение команды «Масс-хар – Геометрия и масса» дополнительно показывает свойство параллелепипеда, состоящее в том, что точка пересечения диагоналей является центром тяжести параллелепипеда.

Построение, решение и измерения параллелепипеда и его диагоналей приведены в разделе 2.13.6.

- Лектору: постройте прямой параллелепипед , его диагонали и покажите их пересечение постановкой маркера точки. Командой «Геометрия и масса»  определите координаты центра тяжести. Сравните координаты и покажите совпадение точек.

1.7. Построение 3D-модели по ее чертежу

В разделе 1.4.1 отмечена важная роль чертежа в производстве, при проектировании и изготовлении деталей, машин, зданий. В нашем курсе и в последующем курсе компьютерной графики условия задач и заданий выдаются студентам также в виде чертежей. Решение начинается с того, чтобы по чертежу построить 3D-модели заданных объектов.

Рассмотрим алгоритм построения 3D-модели по ее чертежу.

1.7.1. Осный и безосный чертежи

Чтобы построить объект, нужно знать координаты точек объекта и систему координат, в которой они определены. Выше были приведены чертежи отрез-

ка (см. рис. 1.1 θ), конуса (рис. 1.2 θ), точки (рис. 1.5 δ , 1.6 ζ), построенные в осях системы координат, принятой в начертательной геометрии и в которой рассмотрено создание эпюра Монжа. Эту систему назовем системой координат Монжа (см. раздел 2.14).

В Платформе nanoCAD основной является мировая система координат МСК (см. раздел 2.6.1). Эта система установлена по умолчанию (т. е. в новом файле), и все построения начинаются в этой системе. Поэтому при построении 3D-моделей координаты будем задавать в этой системе или в производных от нее системах, так называемых ПСК (пользовательских системах координат).

Чертежи, на которых нанесены оси координат, называют «осными», т. е. «с осями, в осях». Осный чертеж позволяет определить как форму объекта, так и его положение относительно осей координат. Однако чаще всего имеет значение только форма объекта, а не его положение относительно системы координат. Форма определяется не значениями координат, а размерами, которые являются разностями одноименных координат точек объекта и не зависят от положения осей или положения объекта в этих осях.

Поэтому на практике, на реальных чертежах, оси координат не приводят, а лишь подразумевают их направление. При этом сохраняют проекционную связь, а расстояние между проекциями задают из условий рационального расположения проекций на формате чертежа, оставляя место для простановки размеров. Чертеж, выполненный с соблюдением проекционной связи, но без нанесенных осей называют бесосным чертежом. В нашем курсе условия задач заданы бесосными чертежами – например, чертеж треугольника (см. рис. 1.11 a). В курсах инженерной и компьютерной графики чертежи деталей и узлов машин, зданий и сооружений также выполняют бесосными.

1.7.2. Алгоритм построения 3D-модели по бесосному чертежу

Если на чертеже не приведены оси, т. е. чертеж бесосный, то следует нанести вспомогательные оси и перейти к построению 3D-модели по координатам, измеренным в этих осях. То есть необходимо перейти к основному чертежу во вновь введенной системе координат. Рассмотрим эти действия подробнее.

Примером бесосного чертежа является чертеж треугольника DEF (рис. 1.11 a). Чтобы построить 3D-модель этого треугольника, введем вспомогательные оси координат, относительно которых измерим координаты вершин треугольника. Положение осей не влияет на форму и размеры треугольника. Поэтому оси можно задать с учетом удобства измерения координат вершин или наглядности модели. Например, оси можно провести через проекции вершин D и E (рис. 1.11 b). Это позволит часть координат этих точек задать равными нулю (рис. 1.11 θ). В результате на 3D-модели (рис. 1.9 ζ) точка E расположена на оси X и проекция точки D – на оси Y .

Итак, задан бесосный чертеж объекта (треугольника) (см. рис. 1.11 a). Требуется по данному чертежу построить 3D-модель. Алгоритм построения следующий:

- ◆ на поле чертежа (на странице рабочей тетради) нанесите оси системы координат, задав их с учетом удобства измерений координат точек. Напри-

мер, проведите оси через нижние и крайние левые точки проекций. Оси Y и Z должны быть на одной вертикальной прямой (см. рис. 1.11б);

- ◆ измерьте координаты точек объекта. Измерения для задач в рабочей тетради можно выполнять с точностью до 0.5 мм. Координаты можно нанести на чертеже как координатные размеры относительно осей (рис. 1.11б) или в виде текста (рис. 1.11в);
- ◆ создайте новый файл на основе шаблона (см. раздел 2.2);
- ◆ перейдите в видовой экран аксонометрии; убедитесь, что активна МСК;
- ◆ стройте объект по измеренным координатам.

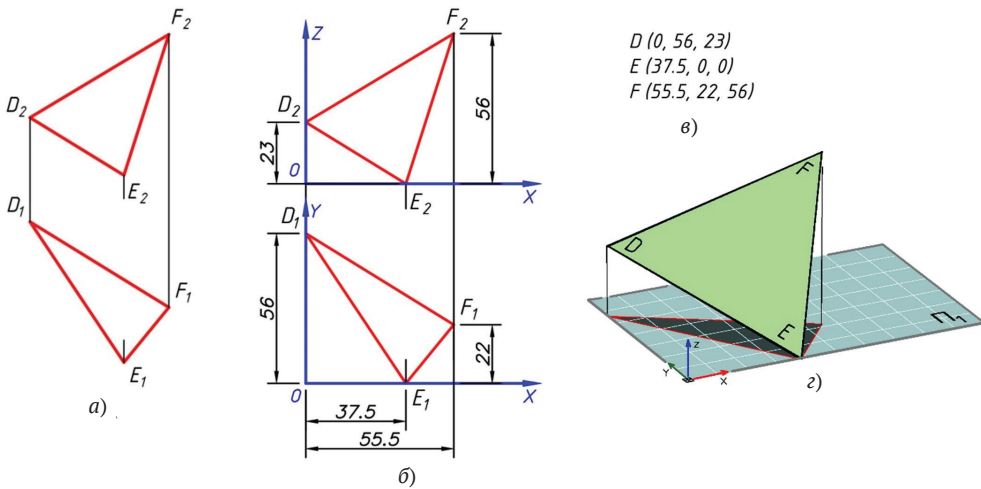


Рис. 1.11. Построение 3D-модели треугольника по его безосному чертежу:
a – заданный чертеж; *б* – нанесение осей координат на чертеж;
в – координаты вершин треугольника; *г* – 3D-модель

- Лектору: на практических занятиях постройте 3D-модель треугольника по координатам (см. рис. 1.11б, в). Покажите нанесение осей, измерение и запись координат.

1.8. Построение чертежа по 3D-модели

Выше мы рассмотрели построение 3D-модели по ее координатам или чертежу. Теперь перейдем к задаче создания чертежа по уже построенной 3D-модели. Эта задача остается актуальной, поскольку чертежи по-прежнему необходимы для решения практических инженерных и производственных задач (см. раздел 1.4.1).

1.8.1. Методы 2D- и 3D-построения чертежа

В нашем курсе рассмотрим методы построения проекций в Платформе nanoCAD как основы чертежа. Оформление чертежа, простановка размеров, построение разрезов и сечений, соблюдение государственных стандартов рассмотрены в последующих курсах инженерной и компьютерной графики [4].

Объектом, на примере которого рассмотрим построение проекций, будет композиция из трех геометрических примитивов: параллелепипеда, конуса, полусферы. Создание 3D-модели композиции – см. раздел 2.15. Создание требует применения объектной привязки, ПСК, построения разреза как примера редактирования, применения цвета и источников света.

Существуют два подхода к построению чертежа по трехмерной модели объекта: 2D- и 3D-методы. 2D-метод подразумевает, что компьютерные 3D-построения не используются. 3D-модель существует только в воображении конструктора, который самостоятельно создает ее проекции. Построения выполняются либо вручную – с помощью циркуля и линейки на бумаге, либо на компьютере – путем черчения отрезков и окружностей. Пример применения 2D-метода рассмотрен в разделе 2.16.


○ Лектору: покажите раздел 2.16 «2D-метод построения чертежа».


Метод 3D – это современный автоматизированный метод. Проекция создается в автоматическом режиме на основе предварительно созданной 3D-модели. Задача конструктора – назначать необходимые проекции и компоновать из них чертеж, соблюдая требования, предъявляемые к содержанию чертежа (см. раздел 1.4.2).


1.8.2. Автоматизированный вариант построения чертежа


Основу чертежа составляют отображения модели на плоскость, т. е. проекции видов, разрезов, сечений и др. В Платформе nanoCAD, как во всех современных САПР, построение элементов чертежа предусмотрено в автоматическом режиме по предварительно созданной 3D-модели. Построения выполняются командами, расположенными на вкладке «3D-инструменты» в группе «2D-виды».

Общим для команд рассматриваемой группы является разрежение создаваемых изображений в плоскости ПСК и возможность построения неограниченного последовательного ряда ортогональных проекций (рис. 1.12).

Команда «2D Вид»  создает проекцию 3D-модели на плоскость ПСК и позволяет на основе этой проекции построить последующие ортогональные, в том числе аксонометрические проекции (изометрии). С этой команды начинается построение чертежа, а именно горизонтальной проекции модели. Для ее выполнения следует указать модель и перемещением курсора указать место проекции на плоскости ПСК. Продолжив перемещение курсора, можно построить набор ортогональных проекций.

Команда «2D Проекционный вид»  строит проекцию модели на основе предварительно созданной проекции. Необходимо указать созданную проекцию и положение новой проекции. Например, построение профильной проекции по созданной фронтальной проекции. Последующее перемещение курсора позволяет создать ряд проекций на основе новой.

Команда «2D разрез»  строит разрез модели плоскостью, перпендикулярной предварительно построенной проекции. Достаточно на проекции указать две точки проецирующей секущей плоскости и положение создаваемого сечения.

Команда «Секущая плоскость»  строит разрез 3D-модели произвольной плоскостью. На 3D-модели следует указать три точки плоскости, затем на плоскости XY ПСК указать положение изображения, являющегося разрезом указанной плоскостью.

На рис. 1.12 (рис. 1.12а) показан пример построения проекций командами «2D Вид» и «2D Проекционный вид». Первоначально командой «2D Вид» построена проекция вида сверху (стрелка 1, рис. 1.12б), по ней (стрелка 2) построена проекция вида спереди. Далее командой «2D Проекционный вид» построены проекция вида слева (стрелка 3) и две изометрии (стрелки 4 и 5). Построения в рассматриваемом примере подробно приведены в разделе 2.17.

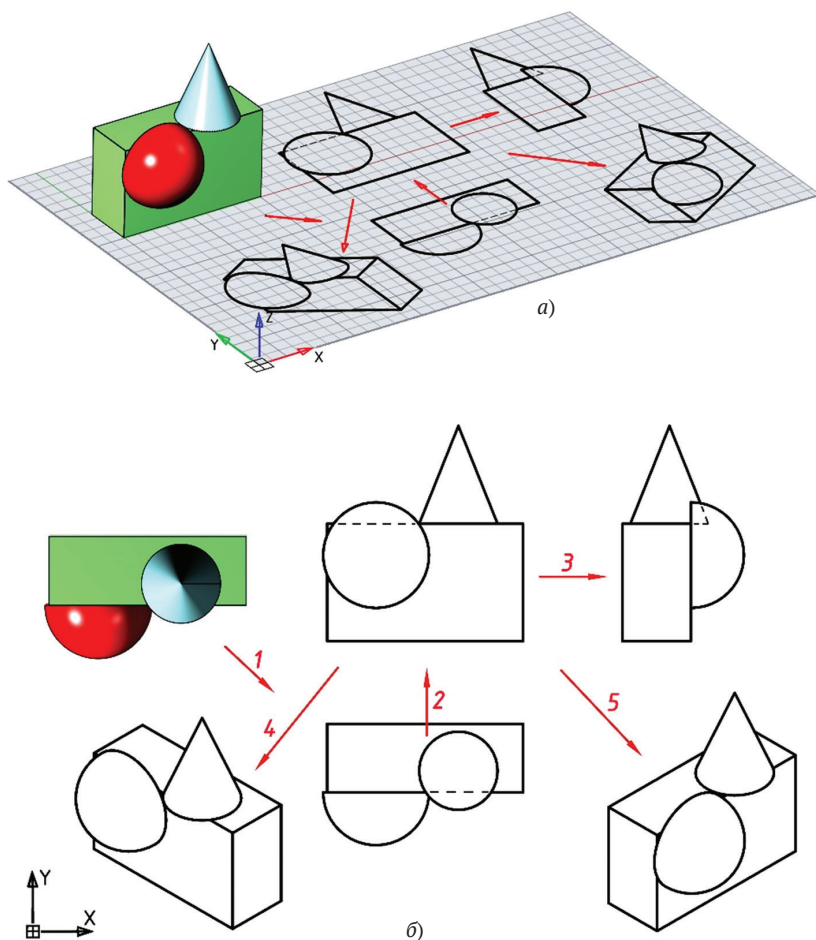


Рис. 1.12. Построение проекций модели как 2D-видов:

а – размещение проекций в плоскости ПСК; б – последовательность построений

Команды группы «2D-виды» воздействуют на объекты типа «Солид», «Поверхность» или «Область». Например, можно построить чертёж треугольника, если его 3D-модель (см. рис. 1.11з) создана как плоский объект «Область». Будут по-

лучены проекции этого треугольника (см. рис. 1.11a). «2D-виды» можно применить и к линейным пространственным объектам (отрезкам, окружностям, сплайнам и др.), если их предварительно преобразовать в поверхности или солиды (см. раздел 5.2.3).

Кроме команд группы «2D-виды» для построения проекций линейных пространственных объектов применяется команда «Конвертирование в 2D», которая обнуляет Z-координаты точек линий и строит проекции линий на плоскость XY текущей ПСК (см. раздел 5.2.3).

○ Лектору:

- покажите в Ленте группу команд «2D-виды»;
- откройте файл «Композиция призма сфера конус .dwg» (см. раздел 2.15). Поясните построение композиции;
- покажите раздел 2.17 с примером построения проекций композиции;
- для композиции покажите построения проекции командами «2D-виды».

1.9. Аксонометрия

Рассмотренные выше чертежи в ортогональных проекциях сравнительно просты в построении и имеют высокие метрические свойства, т. е. по ним легко измерить размеры и проставить их на чертеже. Существенный недостаток ортогональных чертежей – низкая наглядность и условность построения, связанная с разворотом и совмещением плоскостей проекций. Для понимания формы требуется анализировать минимум две проекции. Низкая наглядность обусловлена также тем, что для упрощения чертежа модель при проецировании располагают так, чтобы как можно больше ее граней отобразились в прямые линии, а прямые – отобразились в точки. Например, параллелепипед отображается набором прямоугольников, конус – треугольником и окружностью.

Аксонометрия (название переводится с греч. как «измерение по осям») – параллельная, проекция, создаваемая с целью придания чертежу наглядности. При правильно построенной аксонометрии достаточно одного взгляда на изображение для понимания формы модели. Для этого положение модели и направление ее проецирования назначают так, чтобы грани не вырождались в прямые линии, а прямые линии не вырождались в точки. То есть наглядность – главное преимущество аксонометрических чертежей и изображений перед ортогональными чертежами.

Ответим на непростой вопрос: чем отличается вид модели от проекции модели. Вид – это 3D-изображение реального или виртуального объекта. Проекция – это отображение 3D-объекта на плоскость. Наглядное изображение модели на экране компьютера является аксонометрической проекцией виртуальной 3D-модели на плоскость экрана.

Рассмотрим основные термины аксонометрии. Если для получения аксонометрического изображения объект проецируют перпендикулярно плоскости чертежа, то аксонометрия называется ортогональной, иначе – косоугольной.

Основное свойство чертежа, в том числе аксонометрического, – обратимость (см. выше, раздел 1.4.2). Для аксонометрии обратимость – это возможность

по одному изображению выполнить измерения модели, определить координаты любой точки изображенной модели. Для придания аксонометрическому изображению обратимости модель помещают в декартову систему координат и проецируют вместе с этими осями. Оси, а также масштабные отрезки на них должны быть отображены на аксонометрическом чертеже (либо подразумеваться по умолчанию).

Аксонометрические проекции подразделяют на изометрию, диметрию и триметрию. Чтобы понять различие между ними, рассмотрим аксонометрические проекции куба. В зависимости от положения куба перед плоскостью чертежа и направления проецирования возможно бесконечное количество проекций. Если в проекции все стороны куба отображены как равные отрезки (рис. 1.13а), то изображение называют изометрией (греч. «изо» – «равно», т. е. равные измерения). Если на изображении равны между собой длины двух сторон (третья сторона другая, рис. 1.13б, в), то проекцию называют диметрией (греч. «ди» – два), если различны все стороны проекции куба – это триметрия (рис. 1.13г, д).

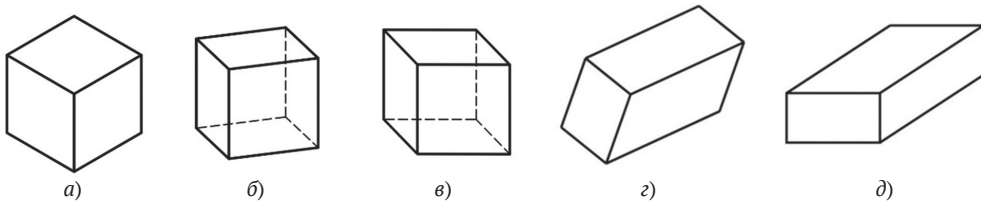


Рис. 1.13. Варианты аксонометрических проекций (на примере куба):
 а – ортогональная изометрия; б – ортогональная диметрия;
 в – косоугольная фронтальная диметрия;
 г, д – другие косоугольные проекции – триметрии

В аксонометрии известна теорема Польке–Шварца, которая доказывает возможность построения всевозможных аксонометрических проекций. Например, для куба, наряду с наглядными проекциями (рис. 1.13а–в), могут быть получены «странные» аксонометрические проекции (рис. 1.13в, г), не обладающие наглядностью.

Недостатки аксонометрических проекций и чертежей – сложность построения и сложность определения размеров модели по этому чертежу. До появления компьютерной графики аксонометрические проекции строили вручную, т. е. карандашом на бумаге. Их построение было значительно более сложным, чем ортогональных чертежей. Поэтому аксонометрические чертежи применяли главным образом как дополнение к ортогональным чертежам с целью повышения их наглядности и в качестве иллюстраций. Чаще всего применялась изометрия – как аксонометрия, наиболее простая в построении.

В Платформе nanoCAD (и всех современных САПР) создание различных аксонометрических видов и проекций в значительной мере происходит в автоматическом режиме. Вращая модель вместе с пиктограммой осей координат, мы видим бесконечное множество обратимых аксонометрических проекций виртуальной модели, автоматически построенных в реальном времени на экране компьютера.

Наряду с «аксонометрической проекцией» в Платформе nanoCAD применяется термин «аксонометрический вид» – это изображение 3D-объекта как мы его видим, в том числе на экране компьютера. В зависимости от положения объекта вид может быть изометрией, диметрией, триметрией, но в отличие от проекций вид может быть только ортогональным. То есть возможен вид как на рис. 1.13а, б, но невозможен как на рис. 1.13в–д.

Особенности и терминология автоматического построения ортогональной изометрии рассмотрены в разделе 2.18. В нашем курсе предусмотрено также знакомство с «ручной» техникой построения аксонометрии на простых примерах – см. раздел 2.19.

○ Лектору:

- откройте раздел 2.18 и поясните названия изометрических проекций (рис. 2.12);
- постройте параллелепипед и покажите его изометрические виды и проекции как 2D-виды.

Вопросы для самоконтроля по главе 1

1. Дайте определения: геометрическая модель, инженерная компьютерная графика, 2D- и 3D-методы геометрического моделирования, проекция, чертеж, nanoCAD.
2. В чем отличие 2D- и 3D-методов построения чертежа?
3. Модель эпюра Монжа. Что такое проекционная связь на чертеже?
4. Что такое обратимость чертежа? Условие обратимости чертежа. Требования к чертежу как модели объекта.
5. Осный и безосный чертеж. Определение. Назначение.
6. Что такое шаблон (прототип) файла? Его назначение и содержание. Как создать новый файл на основе шаблона?
7. Твердотельные модели, их свойства. Твердотельные примитивы, их назначение.
8. Как по 3D-модели определить координаты точки, длину отрезка и площадь плоского треугольника?
9. Система координат Монжа и САПР. Их особенности. Определение мировой и пользовательской системы координат nanoCAD.
10. Как изменится положение объекта, если координаты в системе Монжа без корректировки воспроизвести в системе МСК nanoCAD?
11. Что такое объектная привязка? Как ей пользоваться? Задача Аполлония, ее решение методами объектной привязки.
12. В чем заключается автоматизированный вариант построения чертежа по 3D-модели?
13. В чем сходство и отличие вида 3D-модели на экране от ее проекции?
14. Команды и методы определения геометрических характеристик моделей.
15. Что такое аксонометрия? Ее назначение. Виды аксонометрии. Условие обратимости аксонометрического чертежа.