



# Содержание

<b>Предисловие</b> .....	5
--------------------------	---

<b>Глава 1. Основы программирования</b> .....	8
---	---

1.1. Арифметика целых чисел. Ввод и вывод данных .....	8
1.2. Арифметика действительных чисел .....	13
1.3. Условные операторы .....	18
1.4. Операторы цикла и массивы .....	21
1.5. Данные типа string .....	28
1.6. Задачи различного содержания.....	32
1.7. Процедуры и функции.....	36
1.8. Рекурсия.....	43
1.9. Текстовые файлы .....	46
1.10. Случайные числа.....	48
1.11. Двоичные, шестнадцатеричные и другие коды.....	51
1.12. Некоторые интересные и полезные программы .....	52

<b>Глава 2. На пути к профессиональному программированию</b> .....	56
--	----

2.1. Аналитическая геометрия .....	56
2.2. Библиотека универсальных процедур .....	59
2.3. Применение библиотечных процедур .....	61
2.4. Геометрия .....	64
2.5. Комбинаторика.....	68
2.6. Комплексные числа .....	71
2.7. Матрицы, определители, системы линейных уравнений ...	74
2.8. Простые числа .....	77
2.9. Числовые последовательности и ряды.....	78
2.10. Экстремумы функций, оптимизация .....	82
2.11. Задачи на шахматной доске .....	84
2.12. Игровые и обучающие программы .....	86

<b>Глава 3. Ответы</b> .....	89
Глава 1 .....	89
Глава 2 .....	340
<b>Литература</b> .....	567
<b>Тематический указатель 1</b> .....	569
<b>Тематический указатель 2 (Языковые конструкции)</b> .....	571
<b>Приложение 1. Настройка среды программирования (MS DOS)</b> .....	573
<b>Приложение 2. Библиотечные функции и процедуры (Turbo Pascal 7)</b> .....	575



*«Одно славолубие не могло бы дать мне твердости постоянной, долговременной, необходимой в таком деле, если бы не находил я истинного удовольствия в самом труде и не имел надежды быть полезным...»*

Н. М. Карамзин

## **Предисловие**

В данное пособие включены задачи различного уровня сложности – от легких упражнений до трудных и очень трудных задач. Задачи повышенной трудности предназначены не для того, чтобы создавать «проблемы» для студентов, – но для того, чтобы желающие смогли ознакомиться с профессиональными приемами программирования.

«Программирование – это область инженерной деятельности, а не решение головоломок» ([20, с. 127]).

«Несмотря на индивидуальные различия в стиле мышления, характере, уровне интеллектуальных способностей, одни и те же трудности испытывает большинство начинающих программистов, впервые сталкиваясь с задачами реального мира.

Характерными являются недооценка специфических трудностей практического программирования, резкий контраст между способностью к быстрому усвоению абстрактно-теоретических аспектов задачи и поразительной беспомощностью в вопросах практической реализации. ... В действительности написанная программа – это лишь очень незначительная по трудоемкости часть всей задачи» ([20, с. 3]).

Если читателю удастся в той или иной программе найти более краткое алгоритмическое решение, чем у автора, это отнюдь не означает того, что, казалось бы, должно означать... Автор придерживается определенной методологии, дисциплины программирования, согласно которой профессиональный стиль программирования, как правило, означает не сокращение, но увеличение текста программы. Например, следует избегать вычислений в операторах вывода, условных операторах, операторах цикла, операторах вызо-

ва процедур и функций (для чего приходится вводить дополнительные переменные и операторы присваивания).

Многие из программ данного сборника могут быть полезными при решении различных задач по математике и программированию, в частности при настройке рабочей среды в MS DOS. (Для более комфортной расцветки экрана, для отображения при запуске MS DOS даты и дня недели, для ведения учета сеансов работы в MS DOS. Эти и другие полезные программы будут выполняться «автоматически» при каждом запуске MS DOS, если их включить в стартовый bat-файл MS DOS.)

Глава 1 книги («Основы программирования») содержит 439 задач, многие из которых по силам школьникам и студентам подготовительных курсов. Содержание этой части соответствует учебным программам по информатике, но не дублирует базовых учебников.

Глава 2 «На пути к профессиональному программированию»: программы, которые здесь приводятся, можно рассматривать как образцы профессионального подхода к программированию. Автор надеется, что читатели найдут здесь немало интересного и полезного для самостоятельной разработки серьезных прикладных программ. Для некоторой конкретной темы (например, «матрицы») вначале разрабатывается набор универсальных автономных процедур. После их проверки они помещаются в библиотечный модуль (unit) и далее используются как **набор инструментов для разработки различных прикладных программ**.

При анализе незнакомой программы особенно эффективны графические блок-схемы. «Блок-схемы являются универсальным инструментом анализа и разработки алгоритмов. Этот инструмент хорошо работает во всех случаях, независимо от особенностей алгоритма или языка программирования» ([20, с. 32]).

Элементы профессионального стиля программирования:

- типы данных byte и word (вместо integer);
- защита от неправильного ввода данных;
- регулируемые константы;
- дополнительная диагностика (например, отсутствие файла);
- обеспечение высокой точности вычислений;
- предупреждение исключительных ситуаций (в частности, переполнения);
- использование текстовых файлов для вывода результатов;
- использование библиотечных процедур (модули UNIT) как инструментов разработки прикладных программ и систем.

В приложении 2 («Библиотечные функции и процедуры (Turbo Pascal 7)») содержатся описания наиболее употребительных функций и процедур.

В тексте данного пособия термин «напечатать» используется как синоним для «выдать на экран с помощью оператора Write» (либо «записать в выходной текстовый файл»).

Далее:

- «логический» – то же, что «булевский» (boolean),
- «матрица» – то же, что двумерный массив.

Если в условии задачи сказано «дано число...», «дан массив ...» – это число или эти массивы должны быть введены оператором Read.

В программных комментариях '\*\*' означает степень; Sqrt – корень квадратный; Root3, Root4... – корень третьей, четвертой... степени.

Пользуясь случаем, автор выражает благодарность Виктору Ивановичу Шофману за разнообразную помощь при подготовке к изданию настоящего пособия.

Декабрь 2012 г.  
г. Кишинев  
ursamic@gmail.com



# Глава 1. Основы программирования

*«Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их».*

Д. Пойа

## 1.1. Арифметика целых чисел. Ввод и вывод данных

Турбо Паскаль обеспечивает 5 типов целочисленных данных:

Тип	Диапазон	Размер (в байтах)
integer	-32768, 32767	2
longint	-2147483648, 2147483647	4
word	0, 65535	2
byte	0, 255	1
shortint	-128, 127	1

В стандартном Паскале был только один тип для целочисленных данных (`integer`), поэтому (даже в программах, написанных на высоком профессиональном уровне) другие типы не использовались. При выборе типа данных для переменной лучше использовать тип `byte`, если значения данной переменной должны соответствовать диапазону `byte`, и дело здесь конечно же не в экономии одного байта памяти. Аналогично, если значения переменной не должны быть отрицательными, лучше использовать тип `word` (а не `integer`). Если при выполнении программы значение переменной окажется вне диапазона соответствующего типа, это приведет к немедленно прерыванию и, таким образом, защитит от получения неверных результатов.

Размеры экрана в текстовом режиме MS DOS – 25×80 (25 строк, 80 колонок). Если «печать» не умещается на экране, то можно при-

остановить процесс с помощью оператора «Readln»;». (Программа останавливается и ждет нажатия клавиши <Enter>.)

При выводе на экран оператор «Writeln (#10, ' ... ');» дает тот же результат, что следующие два оператора:

```
Writeln;
Writeln (' ... ');
```

**1.1.1.** Ввести с клавиатуры два целых числа и напечатать (выдать на экран) их значения.

**1.1.2.** Ввести с клавиатуры целое число и напечатать квадрат этого числа.

**1.1.3.** Ввести с клавиатуры целое число и напечатать куб этого числа.

**1.1.4.** Ввести с клавиатуры целое число  $n$ . Напечатать результат целочисленного деления на 2.

**1.1.5.** Напечатать следующую таблицу:

```
1
22
333
4444
55555
666666
```

**1.1.6.** Когда процедура вывода `Writeln (X1, ..., Xn)` осуществляет перевод строки: до печати первого параметра  $X_1$  или после печати последнего параметра  $X_n$ ?

**1.1.7.** Какие значения получают переменные A и B в результате выполнения программы?

```
var A, B : real;
begin
  A:= 4; B:= 2;
  A:= (A+B)/2 + A;
  B:= A*B*2;
  Writeln (A:8:2,B:8:2);
end.
```

**1.1.8.** Какое значение будет иметь переменная X после выполнения следующих операторов?

```
X:= 10; X:= X + 6; X:= 5*X;
```

**1.1.9.** Напечатать значение константы `MaxInt`.

**1.1.10.** Ввести с клавиатуры два целых числа и напечатать их сумму, разность, произведение, а также результат целочисленного деления.

**1.1.11.** Проверить на четность данное целое число:

- 1) с применением функции `Odd`;
- 2) без применения функции `Odd`.

**1.1.12.** Ввести  $n$  целых чисел и вычислить их сумму.

**1.1.13.** Вычислить сумму первых  $n$  нечетных чисел натурального ряда. (Число  $n$  ввести с клавиатуры.)

**1.1.14.** Вычислить  $2^k$  ( $1 \leq k \leq 30$ ). Получить результаты для  $k = 8, 10, 15, 16$ .

**1.1.15.** Напишите программу, с помощью которой можно «экспериментально» найти значение константы `MaxInt`. (Известно, что `MaxInt > 30 000`.)

**1.1.16.** Напишите программу, с помощью которой можно «экспериментально» найти значение наибольшего целого числа, допустимого для типа `word`. (Известно, что это число превышает 60 000.)

**1.1.17.** Напишите программу, с помощью которой можно «экспериментально» найти значение наибольшего целого числа, допустимого для типа `longint`. (Известно, что это число превышает 2 147 000 000.)

**1.1.18.** Ввести с клавиатуры целое число. Если квадрат данного числа превышает значение `MaxInt`, напечатать сообщение.

**1.1.19.** Ввести с клавиатуры целое число. Если куб данного числа (по абсолютной величине) превышает значение `MaxInt`, напечатать сообщение.

**1.1.20.** Написать программу, которая вводит с клавиатуры натуральное число  $n$  и вычисляет значение выражения  $21 \cdot 481 \cdot n$ . Получить результаты для различных значений  $n$  из диапазона [11...99]. (Использовать тип `longint`.)

**1.1.21.** Какое число задумано? Программа предлагает вам задумать число. Вы должны удвоить задуманное число и к полученному произведению прибавить 5. Далее умножить полученное число на 5 и прибавить к результату число 10. Полученную сумму умножить на 10. После чего вы сообщаете, какое у вас получилось число. Программа печатает задуманное вами число. (Задуманное число получается, если от результата отнять 350 и разделить на 100.)



**1.1.22.** По номеру  $Y$  года определить  $C$  – номер столетия. (Учесть, что, к примеру, началом XXI столетия был 2001, а не 2000 год.)

**1.1.23.** Дано натуральное число. Найти его наименьший делитель, отличный от 1.

**1.1.24.** Напечатать минимальное число, большее 500, которое нацело делится на 17.

**1.1.25.** Вычислить сумму цифр данного целого числа.

**1.1.26.** Вычислить сумму первых  $n$  чисел натурального ряда:

а) непосредственным суммированием:  $S_n = 1 + 2 + \dots + n$ ;

б) по формуле для суммы членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

**1.1.27.** Вычислить сумму квадратов первых  $n$  чисел натурального ряда:

а) непосредственным суммированием;

б) по формуле  $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .

**1.1.28.** Вычислить сумму кубов первых  $n$  чисел натурального ряда:

а) непосредственным суммированием;

б) по формуле  $S_n = \left[ \frac{n(n+1)}{2} \right]^2$ .

**1.1.29.** К данному двузначному числу приписать справа число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Напечатать полученное число. Проверить, делится ли оно на 11.

**1.1.30.** Для данного натурального  $n$  вычислить сумму

$$S_n = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1):$$

а) непосредственным суммированием;

б) по формуле  $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ .

**1.1.31.** Для данного натурального  $n$  вычислить сумму

$$S_n = 2^2 + 5^2 + 8^2 + \dots + (3n-1)^2:$$

а) непосредственным суммированием;

б) по формуле  $S_n = \frac{n(6n^2+3n-1)}{2}$ .

**1.1.32.** Для данного натурального  $n$  вычислить сумму

$$S_n = 1^2 + 4^2 + 7^2 + \dots + (3n-2)^2:$$

а) непосредственным суммированием;

б) по формуле  $S_n = \frac{n(6n^2-3n-1)}{2}$ .

**1.1.33.** Проверить справедливость утверждения: «Если  $n$  – целое число, то  $n^3 - n$  делится на 6».

**1.1.34.** Для  $n = 1, 2, \dots, 50$  проверить справедливость утверждения: « $n^5 - 5n^3 + 4n$  делится на 120 при любом целочисленном  $n$ ».

**1.1.35.** Для  $n = 1, 2, \dots, 1000$  проверить справедливость утверждения: « $n(2n^2 + 1)$  делится на 3 при любом натуральном  $n$ ».

**1.1.36.** Для  $n = 1, 2, \dots, 500$  проверить справедливость утверждения: «Сумма кубов трех последовательных целых чисел делится на 9».

**1.1.37.** Для  $n = 1, 2, \dots, 100$  проверить справедливость утверждения: « $n^3 + 11n$  делится на 6 при любом целочисленном  $n$ ».

**1.1.38.** Проверить справедливость утверждения: «Трехзначное число, в записи которого две последние цифры одинаковы и сумма его цифр делится на 7, делится без остатка на 7».

**1.1.39.** Найти двузначные числа, квадрат которых в десятичной записи оканчивается самим этим числом (например,  $76 \times 76 = 5376$ ). Проверку выполнять только для тех чисел, последняя цифра которых равна 1, 5 или 6.

**1.1.40.** Для данных целых чисел  $a, b, c, d$  проверить тождество:

$$1 + \frac{1}{a} + \frac{a+1}{ab} + \frac{(a+1)(b+1)}{abc} + \frac{(a+1)(b+1)(c+1)}{abcd} = \frac{(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)}{abcd}.$$

Если числа  $a, b, c, d$  имеют недопустимые (равные нулю) значения, завершить выполнение программы с выдачей диагностического сообщения.

**1.1.41\*.** Выполнить взаимный обмен значениями двух переменных  $A$  и  $B$ , не вводя других переменных.

**1.1.42.** Вычислить сумму  $S_n = 2 + 22 + 222 + 2222 + 22222 + \dots + A_n$  (получить результат для  $n = 5$ ).

**1.1.43\*.** Сократить дробь  $k/n$ . (Найти такие натуральные числа  $k_1$  и  $n_1$ , не имеющие общих делителей, что  $k/n = k_1/n_1$ ).

**1.1.44.** Проверить тождество

$$\frac{a^4 - b^4}{a - b} = a^3 + a^2b + ab^2 + b^3$$

для различных целочисленных значений  $a$  и  $b$  ( $a, b \in [-215, 215]$ ,  $a \neq b$ ).

**1.1.45.** Для данного натурального  $n$  вычислить сумму

$$S = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4.$$

а) непосредственным суммированием;

б) по формуле  $S_n = \frac{6n^5 + 15n^4 + 10n^3 - n}{30}$ .

**1.1.46.** Для данного натурального  $n$  вычислить сумму

$$S = 1^6 + 2^6 + 3^6 + \dots + n^6:$$

а) непосредственным суммированием;

б) по формуле  $S = \frac{6n^7 + 21n^6 + 21n^5 - 7n^3 + n}{42}$ .

**1.1.47.** Вычислить значение выражения  $2 \times 8^8 - 8$ .

## 1.2. Арифметика действительных чисел

Тип	Размер в байтах	Мантисса	Диапазон
real	6	11–12	$2,9 \times 10^{-39} - 1,7 \times 10^{38}$
single	4	7–8	$1,5 \times 10^{-45} - 3,4 \times 10^{38}$
double	8	15–16	$5,0 \times 10^{-324} - 1,7 \times 10^{308}$
extended	10	19–20	$3,4 \times 10^{-4932} - 1,1 \times 10^{4935}$
comp	8	19–20	$-9,2 \times 10^{-18} - 9,2 \times 10^{18}$

При решении задач следует использовать следующие стандартные функции и процедуры:

- Abs (X); {Абсолютная величина X}
- ArcTan(X) {Возвращает арктангенс аргумента}
- Sin (X); {Синус x, аргумент в радианах}
- Cos (X); {Косинус x, аргумент в радианах}
- Round(X) {Округляет значение действительного типа до значения целого типа}
- Sqrt (X); {Корень квадратный из x}
- Exp (X);  $\{e^x\}$
- Ln (X);  $\{\ln x\}$

При проверке на равенство действительных чисел (например,  $a = b$ ?) рекомендуется использовать условие приближенного равенства:  $|a - b| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  можно положить равным  $10^{-12}$  для типа real (для типа extended –  $10^{-18}$ ).

**1.2.1.** Ввести с клавиатуры два действительных числа  $a$  и  $b$ . Напечатать значение  $\frac{a}{b}$ .

**1.2.2.** Ввести с клавиатуры действительное число, напечатать квадрат и куб этого числа.

**1.2.3.** Написать операторы программы для вычисления общего сопротивления участка цепи при параллельном соединении проводников  $R$ :

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3.$$

**1.2.4.** Какие значения получат переменные  $A$  и  $B$  в результате выполнения программы?

```
var A, B, C : real;
begin
  B:= 3;
  C:= -2;
  A:= 2*(B*B-C)-5;
  if A < 0 then B:= A+B
  else
    if A*B < 50 then B:= (A+B)/2
    else B:= C;
  Writeln (A:0:2, ' ', B:0:2);
end.
```

**1.2.5.** Написать на языке Pascal следующие числа:

$$5!, 7,85, 2,(6), \frac{20}{5}, \pi, 5 \cdot 10^3, \frac{1}{1000}.$$

**1.2.6.** Что делает следующая программа?

```
var P, Q, D, X1, X2 : real;
begin
  P:= -2; Q:= -8;
  D:= Sqrt (P*P - 4*Q);
  X1:= (-P - D)/2;
  X2:= (-P + D)/2;
  Writeln (' x1 = ', X1:0:6, ' x2 = ', X2:0:6);
end.
```

**1.2.7.** Теорема Виета. Даны два действительных числа  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения  $X^2 + pX + q = 0$ .

Написать последовательность операторов программы для вычисления  $p$  и  $q$ .

**1.2.8.** Вычислить и напечатать значение  $\sqrt{2\pi}$ .

**1.2.9.** Вычислить значение выражения  $\frac{1}{4}\sqrt{8 - 2\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1)}$ .

**1.2.10.** Вычислить значение выражения:

а)  $\sqrt{15 - 6\sqrt{6}} + \sqrt{6}$ ;

б)  $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{6}$ .

**1.2.11.** Вычислить значение выражения  $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ}$ .

**1.2.12.** Вычислить значение выражения  $\sin 6^\circ - \sin 42^\circ - \sin 66^\circ + \sin 78^\circ$ .

**1.2.13.** Вычислить значение выражения  $\cos 40^\circ \times \cos 70^\circ \times \cos 80^\circ$ .

**1.2.14.** Проверить, является ли  $x_1 = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$  корнем уравнения  $\sqrt{x} = x - 1$ .

**1.2.15.** Вычислить и напечатать:

1)  $y_1 = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{24} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{24} - \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}$ ;

2)  $y_2 = 2(1 + \sqrt{3})\sqrt{3}$ ;

3)  $y_3 = \ln 2$ .

**1.2.16.** Проверить равенство  $\operatorname{tg} 7,5^\circ + \operatorname{tg} 37,5^\circ + \operatorname{tg} 7,5^\circ \times \operatorname{tg} 37,5^\circ = 1$ .

**1.2.17.** Проверить равенство  $\sin^6 \frac{\pi}{8} + \sin^6 \frac{3\pi}{8} + \sin^6 \frac{5\pi}{8} + \sin^6 \frac{7\pi}{8} = \frac{5}{4}$ .

**1.2.18.** Напечатать значение постоянной  $e$ .

**1.2.19.** Напечатать значения выражений:  $e, e^2, e^3, e^4$ .

**1.2.20.** Вычислить и напечатать первые 20 членов последовательности:

$$P_1 = 0, P_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right), \text{ где } n = 2, 3, \dots$$

**1.2.21.** Ввести с клавиатуры  $n$  действительных чисел. Вычислить их среднее арифметическое.

**1.2.22.** Вычислить  $y$  по формуле  $y = x(1 - 0,16605x^2 + 0,00761x^4)$ . Сравнить со значением  $\sin x$  ( $0 \leq x \leq \pi/2$ ).

**1.2.23.** Вычислить приближенное значение числа  $\pi$  по формуле:

$$\pi \approx 3 + \frac{1}{7 + \frac{1}{15 + \frac{1}{1 + \frac{1}{292 + \frac{1}{1 + \frac{1}{7}}}}}}$$

**1.2.24.** Перевести значение угла (градусы, минуты и секунды дуги) в десятичные доли градуса (например,  $57^\circ 17' 45'' = 57,296^\circ$ ).

**1.2.25.** Ввести с клавиатуры значение массы и скорости тела. Вычислить и напечатать значение кинетической энергии:

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}.$$

**1.2.26.** Гидростатическое давление на глубине  $h$ . Ввести значение  $h$  (в метрах), вычислить давление по формуле  $p = \rho gh$ . (Положить  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .)

**1.2.27.** Для окружности данного радиуса  $R$  вычислить:

- а) длину окружности;
- б) площадь круга.

**1.2.28.** Вычислить объем шара данного радиуса  $R$ .

**1.2.29.** Вычислить среднюю плотность шара данного радиуса  $R$ . Значения радиуса  $R$  и массы шара  $M$  ввести с клавиатуры. Получить значение средней плотности планеты Земля ( $R = 6,37 \times 10^6 \text{ м}$ ;  $M = 5,97 \times 10^{24} \text{ кг}$ ).

**1.2.30.** Вычислить площадь поверхности сферы данного радиуса  $R$ .

**1.2.31.** Вычислить объем правильной четырехугольной пирамиды по данным значениям высоты  $h$  и длины стороны основания  $a$ . (У пирамиды Хеопса  $h = 147 \text{ м}$ ,  $a = 232 \text{ м}$ . Ее объем равен  $67\,000 \text{ м}^3$ .)

**1.2.32.** Вычислить значение квадратного корня из данного действительного числа  $X$  (используя функцию Sqrt).

**1.2.33.** Вычислить значение квадратного корня, не используя функцию Sqrt (применить функции Exp и Ln).

**1.2.34.** Вычислить и напечатать значения  $\sin 15^\circ$  и  $\cos 15^\circ$ :

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} - 1);$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3} + 1).$$

**1.2.35.** Найти координаты середины отрезка АВ, заданного координатами точек А и В.

**1.2.36.** Арифметическая прогрессия. По данным  $a_1$  и  $d$  вычислить  $a_n = a_1 + (n - 1)d$  и сумму первых  $n$  членов прогрессии  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}n$ .

**1.2.37.** Вычисление сил гравитационного взаимодействия. Ввести значения масс двух тел в килограммах и величину расстояния между ними в метрах. Вычислить силу их гравитационного взаимодействия (Вычислить вес тела массой 1 кг.  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ ; масса Земли =  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ , радиус Земли =  $6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ ).

**1.2.38.** Найти действительные корни уравнения

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \quad (a \neq 0).$$

**1.2.39.** По данным  $a_1$  и  $q$  вычислить  $n$ -й член геометрической прогрессии:  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ .

**1.2.40.** Вычислить сумму членов геометрической прогрессии для заданных значений  $a_1$  и  $q$  по формуле  $S = \frac{a_1}{1-q}$ .

**1.2.41.** Проверить, является ли  $x = -12$  корнем уравнения  $x^2 - 3x + 5\sqrt{x^2 - 3x + 76} = 260$ .

**1.2.42.** Проверить, является ли  $x = -4$  корнем уравнения  $(x + 5)(x - 2) + 3\sqrt{x(x + 3)} = 0$ .

**1.2.43.** Проверить, является ли  $x = 5$  корнем уравнения  $\sqrt{x^2 + 9} + \sqrt{x^2 - 9} = 4 + \sqrt{34}$ .

**1.2.44.** Проверить, является ли  $x = 5$  корнем уравнения  $\frac{\sqrt{x^2 - 16}}{\sqrt{x - 3}} + \sqrt{x + 3} = \frac{7}{\sqrt{x - 3}}$ .

**1.2.45.** Проверить, является ли  $x = \pi/8$  корнем уравнения  $\sin^{10}x + \cos^{10}x = 29/16 \cdot \cos^4 2x$ .

**1.2.46.** Ввести действительное число  $x$ . Вычислить значение корня кубического из числа  $x$ . (Применить функции  $\text{Exp}$  и  $\text{Ln}$ .)

**1.2.47.** Ввести действительное число  $x$ . Вычислить значение корня 4-й степени из числа  $x$ .

**1.2.48.** Ввести действительное число  $x$ . Вычислить значение корня 5-й степени из числа  $x$ .

**1.2.49.** Получить и напечатать первые 20 членов последовательности:

$$X_1 = 2, X_n = \frac{1}{2} \left( X_{n-1} + \frac{a}{X_{n-1}} \right) \text{ для } n = 2, 3, \dots$$

Значение  $a$  ввести с клавиатуры. (Правильным ответом будет значение  $\sqrt{a}$ .)

**1.2.50.** Корень 5-й степени из числа  $b$ . Найти приближенное значение  $\sqrt[5]{b}$  ( $b > 0$ ) с помощью итераций:

$$X_{n+1} = \frac{4}{5} \cdot X_n + \frac{b}{5X_n^4}, X_1 = 1, n = 1, 2, \dots$$

Получить результаты для  $b = 32; 243; 1 \cdot 10^5$ . (Положить  $n = 200$ .)

**1.2.51.** Для данного натурального  $n$  вычислить

$$S = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{n^3}.$$

**1.2.52.** Для данного натурального  $n$  вычислить

$$S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}.$$

**1.2.53.** Вычислить и напечатать первые 20 членов последовательности  $X_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \dots \frac{2n-1}{2n}$ .

**1.2.54.** Даны два действительных положительных числа  $a$  и  $b$ . Вычислить их среднее гармоническое. (Величина  $x$  называется средним гармоническим положительных величин  $a$  и  $b$ , если обратная к  $x$  величина является средней арифметической величин, обратных к  $a$  и  $b$ :  $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ ).

**1.2.55\*.** Для данного значения угла в градусах вычислить значения  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\text{tg}$  и  $\text{ctg}$ , используя функции  $\text{Sin}(X)$  и  $\text{Cos}(X)$ .

**1.2.56.** Напишите программу, с помощью которой можно «экспериментально» найти (приближенное) значение наибольшего числа, допустимого для типа `real`. (Известно, что это число превышает  $1 \cdot 10^{35}$ .)

**1.2.57.** Вычислить и напечатать значение выражения  $\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$  (длина стороны правильного пятиугольника, вписанного в окружность единичного радиуса).

**1.2.58.** Вычислить и напечатать значение выражения  $\sqrt{2-\sqrt{2}}$  (длина стороны правильного восьмиугольника, вписанного в окружность единичного радиуса).

**1.2.59.** Вычислить и напечатать значение выражения  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (длина стороны правильного десятиугольника, вписанного в окружность единичного радиуса).

**1.2.60.** Вычислить и напечатать значение выражения  $\sqrt{2-\sqrt{3}}$  (длина стороны правильного двенадцатиугольника, вписанного в окружность единичного радиуса).

## 1.3. Условные операторы

**1.3.1.** Ввести с клавиатуры значение переменной  $X$ . Логической переменной  $B1$  присвоить значение `True`, если  $X < 0$ . Напечатать значение переменной  $B1$ .

**1.3.2.** Какая задача решается при выполнении оператора

```
"if X < Y then Max:= Y
   else Max:= X;"?
```

**1.3.3.** Присвоить логической переменной  $L$  значение `True`, если точка с координатами  $(x_1, y_1)$  находится внутри круга радиуса  $R = 1$ , с центром в точке  $O(0; -2)$ .



**1.3.4.** Определить номер четверти координатной плоскости, которой принадлежит точка с координатами  $(x_1, y_1)$  ( $x_1 \neq 0, y_1 \neq 0$ ).

**1.3.5.** Даны три целых числа:  $a, b, c$ . Определить, имеется ли среди них хотя бы одна пара равных чисел.

**1.3.6.** Написать программу, которая вводит действительное число  $x$  и дает ответ на вопрос «Принадлежит ли данная точка  $x$  промежутку  $[0, 1]$ ?».

**1.3.7.** Написать программу, которая отвечает на вопрос «Какое из двух чисел больше:  $2\sqrt{5} + \sqrt{21}$  или  $9$ ?».

**1.3.8.** Ввести с клавиатуры значения переменных  $X$  и  $Y$ . Логической переменной  $B1$  присвоить значение True, если переменные имеют противоположные знаки. Напечатать значение переменной  $B1$ .

**1.3.9.** Записать условие, которое является истинным, когда:

- а) каждое из чисел  $A$  и  $B$  больше 100;
- б) хотя бы одно из чисел  $A$  и  $B$  положительно;
- в) только одно из чисел  $A$  и  $B$  положительно.

**1.3.10.** Дано  $A = \text{True}$ ,  $B = \text{False}$ . Вычислить значение следующих выражений:

- а)  $A \text{ or } B \text{ and not } A$ ;
- б)  $(A \text{ or } B) \text{ and not } A$ ;
- в)  $\text{not } A \text{ and } B$ ;
- г)  $\text{not } (A \text{ and } B)$ .

**1.3.11.** Даны три действительных числа  $a, b, c$ . Присвоить программной переменной  $Y_{\text{Min}}$  значение  $\min\{a, b, c\}$ .

**1.3.12.** Даны три действительных числа  $a, b, c$ . Присвоить программной переменной  $Y_{\text{Max}}$  значение  $\max\{a, b, c\}$ .

**1.3.13.** Определить, какими будут значения переменных  $L$  и  $Q$  после выполнения операторов:

```
var k, Q : integer;
      L : boolean;
begin
  ...
  L:= True; Q:= 1;
  case k mod 10 of
    3,2,7,5: Q:= k;
    1,0: ;
    4,8: begin L:= False; Q:= 2; end;
    9,6: begin L:= False; Q:= 3; end;
end;
```

если целая переменная  $k$  имеет следующее значение:

а) 6; б) 235; в) 71; г) 100; д) 114; е) 119.

**1.3.14.** Ввести с клавиатуры значения действительных переменных  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Присвоить логической переменной  $V$  значение:

- а) каждое из чисел  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  положительно;
- б) по крайней мере одно из чисел  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  положительно;
- в) ни одно из чисел  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  не является положительным;
- г) только одно из чисел  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  положительно.

**1.3.15.** Ввести с клавиатуры три целых числа. Напечатать одно из следующих заключений:

- 1) Все числа четные;
- 2) Все числа нечетные;
- 3) Не все числа четные.

**1.3.16.** Присвоить логической переменной  $VL$  значение:

- а) «Натуральное число  $k$  делится на 7»;
- б) «Уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$  не имеет действительных корней»;
- в) «Точка  $(x_1, y_1)$  лежит внутри круга радиуса 1 с центром в начале системы координат».

**1.3.17.** Степени мнимой единицы. Для данного натурального числа  $k$  вычислить  $i^k$ .

**1.3.18.** Неравенство треугольника ( $a < b + c$ ). Ввести длины трех отрезков  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Выдать заключение о возможности (либо невозможности) построения из этих отрезков треугольника.

**1.3.19.** Написать программу, которая проверяет, пройдет ли кирпич с ребрами  $a$ ,  $b$ ,  $c$  в прямоугольное отверстие со сторонами  $X$  и  $Y$ . Просовывать кирпич в отверстие разрешается только так, чтобы каждое его ребро было параллельно или перпендикулярно каждой из сторон отверстия.

**1.3.20.** Дано натурное число  $n$  ( $n \leq 99$ ). Напечатать это число русскими словами (например, «тридцать семь») (использовать оператор «case ... of»).

**1.3.21\*.** Ввести натуральное число  $n$  ( $n \leq 99$ ), определяющее возраст человека в годах. Напечатать это число русскими буквами с добавлением одного из слов: «год», «года», «лет» (использовать оператор «case ... of»).

**1.3.22\*.** Расположить в порядке возрастания три данных действительных числа.