

Содержание

Введение	7
Часть I. Основы	15
Глава 1. Прах Диофанта покоится в этой могиле	16
Глава 2. Иррациональное и трансцендентное	27
Глава 3. Столетия прогресса.....	53
Часть II. Вычислимые числа	76
Глава 4. Годы учебы	77
Глава 5. Машины в работе	99
Глава 6. Сложение и умножение	117
Глава 7. Они же – подпрограммы	132
Глава 8. Всё есть число	148
Глава 9. Универсальная машина	165
Глава 10. Вычислительные машины и вычислимость	186
Глава 11. О машинах и людях	215
Часть III. Entscheidungsproblem.....	227
Глава 12. Логика и вычислимость.....	228
Глава 13. Вычислимые функции	263
Глава 14. Главное доказательство	292
Глава 15. Лямбда-исчисление	315
Глава 16. Постигание континуума	336

Часть IV. И далее	363
Глава 17. Весь мир – машина Тьюринга?.....	364
Глава 18. Долгий сон Диофанта	396
Избранная библиография	406
Машины Тьюринга, их разновидности и моделирование	411

Введение

Все, кто изучали историю, технологию или теорию вычислительных машин, вероятно, сталкивались с понятием *машины Тьюринга*. Машина Тьюринга – это воображаемый, не совсем даже гипотетический, компьютер, изобретенный в 1936 году английским математиком Аланом Тьюрингом (1912–1954) для того, чтобы помочь решить проблему математической логики. В качестве побочного продукта Тьюринг создал новое поле исследований, известное как теория вычислений или вычислимость, которая изучает возможности и ограничения компьютеров.

Хотя машина Тьюринга – довольно неправдоподобный компьютер, она полезна тем, что является чрезвычайно простой. Элементарная машина Тьюринга выполняет лишь несколько простых операций. Если бы эта машина делала чуть меньше, чем она делает, она не делала бы вообще ничего. Однако за счет комбинаций этих простых операций машина Тьюринга может выполнить любое вычисление, на которое способен современный цифровой компьютер.

Разобрав компьютер до оснований, мы можем лучше понять его возможности и, что немаловажно, его ограничения. Задолго до того, как было показано, что может компьютер, Тьюринг доказал, чего он *никогда* не сможет сделать.

Машина Тьюринга остается популярной темой для суждений и толкований. (Попробуйте набрать «машина Тьюринга» в вашем любимом поисковике в Интернете.) Однако я подозреваю, что оригинальная статья Алана Тьюринга, описывающая его изобретение, читается редко. Возможно, такое пренебрежение связано с ее заголовком «О вычислимых числах применительно к Entscheidungsproblem». Даже если вы можете выговорить без запинки это слово, сделав ударение на втором слоге и произнеся его как «шай», и знаете, что оно значит («проблема разрешимости»), у вас все же остается подозрение, что Тьюринг предполагает предварительное знакомство своего читателя с трудными немецкими математическими рукописями. Беглый просмотр статьи, где для обозначения состояний машины используется готический шрифт, отнюдь не помогает унять эти страхи. Так может ли читатель в наши дни взяться за статью, опубликованную 70 лет назад в *Трудах Лондонского математического общества*, и остаться на плаву достаточно долго, чтобы в полной мере проникнуться ею и, возможно, даже получить от нее удовольствие?

Обо всем этом – наша книга. Она содержит оригинальную 36-страничную статью Тьюринга «О вычислимых числах применительно к Entscheidungsproblem»¹ и последующие трехстраничные Исправления², а также вспомогательные главы и развернутые комментарии.

Чтение оригинальной статьи Тьюринга – это уникальное путешествие в его изобретательный и захватывающий образ мыслей, когда он создает машину, которая имела такие далеко идущие последствия для вычислений и, больше того, для нашего понимания ограничений математики, человеческого мышления и, возможно даже, природы вселенной. (Конечно, самого термина «машина Тьюринга» в статье Тьюринга нет. Он назвал ее «вычислительной машиной». Но термин «машина Тьюринга» использовался уже с начала 1937 года³ и с тех пор остается стандартным термином.) В своих комментариях к статье Тьюринга я счел полезным часто прерывать его изложение своими пояснениями и уточнениями. Я пытался (не всегда успешно) не прерывать его посреди предложения. В большей части своих объяснений я сохранял терминологию и систему обозначений самого Тьюринга, но время от времени ощущал необходимость ввести термины, которые Тьюринг не использует, но которые я счел полезными при объяснении его работы.

Текст статьи Тьюринга выделяется затененным фоном:

Мы избежим путаницы, говоря чаще о вычислимых последовательностях, нежели о вычислимых числах.

Мы (то есть мой издатель и я) попытались сохранить типографский набор и верстку оригинальной статьи, за исключением некоторых причуд (таких, как пробелы перед двоеточиями), которые вызывали «панику» в современных текстовых редакторах. Сохранены все оригинальные разрывы строк. В статье Тьюринга есть несколько опечаток, ошибок и пропусков. Они оставлены без изменений, но я обращаю на них внимание в своих комментариях. Тьюринг часто

¹ Turing A. On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 2nd series, Vol. 42 (1936), pp. 230–265.

² Turing A. On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem. A Correction, *Proceedings of the London Mathematical Society*, 2nd series, Vol. 43 (1937), pp. 544–546.

³ Alonzo Church, review of «On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem», *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 2, No. 1 (Mar. 1937), 42–43.

ссылается на предыдущие части своей статьи путем указания номера страницы оригинала в журнале. Я оставил эти ссылки в покое, но снабдил свои комментарии подсказкой для поиска определенной страницы в этой книге. Иногда в тексте Тьюринга вы увидите номер в квадратных скобках:

Если буквы заменить числами, как в §5, мы получим [243] числовое описание полной конфигурации, которое можно назвать ее описательным номером.

Это – конец одной и начало следующей страницы оригинала с ее номером. Мои сноски – номерные; сноски Тьюринга – символьные и тоже оттенены фоном. Если вы удалите страницы этой книги, вырезав и выбросив все, что не затенено, а потом склеите вместе остатки, у вас получится полная статья Тьюринга и один несчастный автор. Но гораздо интереснее, наверное, сначала прочитать эту книгу, а потом вернуться назад и прочитать саму статью Тьюринга без моих грубых вмешательств.

Статья Тьюринга расположена на страницах 64–297 этой книги, а исправления к ней – на страницах 309–321. Статья Тьюринга делится на 11 разделов (и приложение), которые начинаются на следующих страницах книги:

1. Вычислительные машины	68
2. Определения	72
3. Примеры вычислительных машин	79
4. Сокращенные таблицы	113
5. Перечисление вычислимых последовательностей	131
6. Универсальная вычислительная машина	143
7. Подробное описание универсальной машины	149
8. Применение диагонального процесса	173
9. Пространство вычислимых чисел	190
10. Примеры больших классов вычислимых чисел	235
11. Применение к Entscheidungsproblem	260
Приложение	290

Первоначальным толчком к написанию Тьюрингом этой статьи было намерение решить задачу, сформулированную немецким математиком Давидом Гильбертом (1862–1943). Гильберта интересовал общий процесс определения доказуемости произвольных утвержде-

ний в математической логике. Нахождение этого «общего процесса» было известно как Entscheidungsproblem (с нем. – «решаемость задачи»). Хотя побуждением к написанию статьи для Тьюринга была, конечно же, Entscheidungsproblem, на деле большая часть статьи – о вычислимых числах. По определению Тьюринга, это числа, которые могут быть вычислены машиной. Исследование вычислимых чисел составляет первые 60% статьи Тьюринга, которые могут быть прочитаны и поняты без знания работ Гильберта по математической логике или Entscheidungsproblem.

Различие между вычислимыми числами и «вещественными числами» крайне важно для изложения Тьюринга. По этой причине первые главы данной книги представляют собой предварительную подготовку к нашей классификации чисел, охватывающей целые числа, рациональные числа, иррациональные числа, алгебраические числа и трансцендентные числа, все из которых относятся также к вещественным числам. Я старался не полагаться на какие-либо предварительные знания, более сложные, чем математика средней школы. Я знаю, что некоторых читателей от радостей средней школы могут отделять несколько десятилетий, поэтому я попытался освежить эти воспоминания. Прошу простить, если мое педагогическое рвение привело к таким объяснениям, которые унижают или оскорбляют кого-то.

Хотя я подозреваю, что эта книга будет читаться главным образом специалистами по информатике, программистами и прочими «технарями», я постарался доставить радость и непрограммистам, используя дружелюбный жаргон и терминологию из области искусства. Статья Тьюринга – это «один из интеллектуальных ориентиров прошедшего столетия»¹, и я надеюсь, что данная книга сделает эту статью доступной еще более широкой аудитории.

Чтобы угодить запросам разных читателей, я поделил эту книгу на четыре части:

- Часть I («Основы») охватывает исторический и математический фон, который необходим, чтобы приступить к чтению статьи Тьюринга.
- Часть II («Вычислимые числа») содержит большую часть статьи Тьюринга и будет особенно полезна читателям, интересующимся машиной Тьюринга и вопросами вычислимости.

¹ John P. Burgess, предисловие к George S. Boolos, John P. Burgess, and Richard C. Jeffrey, *Computability and Logic*, fourth edition (Cambridge University Press, 2002), xi.

- Часть III («Entscheidungsproblem») начинается совсем коротким введением в математическую логику и продолжается разбором оставшейся части статьи Тьюринга.
- В части IV («И далее») обсуждается, как случилось, что машина Тьюринга стала важным инструментом для понимания компьютеров, человеческого сознания и самой вселенной.

Математическое содержание части III, конечно, гораздо сложнее, чем в предыдущих главах, и излагается в более быстром темпе. Те, кто не очень интересуется значением статьи Тьюринга для математической логики, могли бы даже при желании пропустить пять глав части III и перейти сразу к части IV.

Эта книга затрагивает несколько больших разделов математики, включая вычислимость и математическую логику. Я выбрал и предпочел только наиболее важные для понимания статьи Тьюринга темы и понятия. Многие детали опущены, и эта книга не заменит глубины и строгости, которую вы найдете в книгах, специально посвященных вычислимости и логике. Те читатели, которые намерены глубже покопаться в этих захватывающих областях исследований, могут руководствоваться библиографией.

За всю свою жизнь Алан Тьюринг опубликовал около 30 работ и статей¹, но не написал ни одной книги. Две статьи Тьюринга стали причиной его неугасающей известности. Конечно же, первая из них – «О вычислимых числах». Вторая – гораздо менее техническая статья под названием «Вычислительные машины и интеллект» (опубликована в 1950 году), где Тьюринг придумал то, что теперь в искусственном интеллекте называется тестом Тьюринга. Его суть в том, что если машина может заставить нас поверить, что она – человек, то мы с большой вероятностью должны считать, что она обладает интеллектом.

Машина Тьюринга и тест Тьюринга – это две заявки Алана Тьюринга на литературное и культурное бессмертие. На первый взгляд, они могут казаться двумя совершенно разными понятиями, но это не так. Машина Тьюринга – это, в сущности, попытка описать чисто механически действия человека, выполняющего математический ал-

¹ Эти и другие документы доступны в четырехтомнике *The Collected Works of A. M. Turing* (Amsterdam: Elsevier, 1992, 2001). Большая часть очень ценного материала была собрана Б. Джеком Коуплендом (B. Jack Copeland) в *The Essential Turing* (Oxford University Press, 2004) и в *Alan Turing's Automatic Computing Engine* (Oxford University Press, 2005). Первая книга содержит работы и статьи о машине Тьюринга, а вторая – о проекте компьютера ACE второй половины 1940-х годов.

горитм; тест Тьюринга – это оценка человеком действий компьютера. С самых ранних своих математических исследований и до самых поздних Тьюринг изучал связь между человеческим разумом и вычислительной машиной способом, который продолжает оставаться захватывающим и побуждающим.

Можно обсуждать работы Тьюринга, ничего не говоря о Тьюринге-человеке, и многие учебники по вычислимости не утруждают себя подробностями его биографии. Я не считал это возможным здесь. Секретная работа Тьюринга по криптоанализу во время Второй мировой войны, его участие в перспективных компьютерных проектах, его размышления об искусственном интеллекте, его сексуальная ориентация, его арест и судебное преследование за преступление в «грязной непристойности» и его ранняя смерть в результате явного самоубийства в возрасте 41 года – все это заслуживает внимания.

Моя работа по изложению основных фактов жизни Тьюринга была очень облегчена замечательной биографией *Алан Тьюринг: Энигма* (Simon & Schuster, 1983) английского математика Эндрю Ходжеса (род. 1949). Ходжес заинтересовался Тьюрингом отчасти из-за своего собственного участия в освободительном движении геев в 1970-х годах. Написанная Ходжесом биография вдохновила Хью Уайтмора на пьесу под названием *Взлом кода* (1986). На сцене и в сокращенной версии для телевидения в 1996 году роль Алана Тьюринга была исполнена Дерекком Якоби.

Подобно ранним английским математикам и компьютерным первопроходцам Чарльзу Бэббиджу (1791–1871) и Аде Лавлейс (1815–1852), Тьюринг стал символом компьютерного века. Премия Тьюринга – это ежегодная награда в 100 000 долларов, вручаемая Ассоциацией вычислительных машин (АСМ) за большой вклад в вычислительную технику. Существуют язык программирования Тьюринг (производный от Паскаля) и программное обеспечение «Мир Тьюринга» для сборки машин Тьюринга.

Имя Тьюринга стало почти нарицательным в программировании, причем настолько, что А. К. Дьюдни смог озаглавить свои «Эксперсии по информатике» как *Омнибус Тьюринга* (Dewdney A. K. *The Turing Omnibus: Excursions in Computer Science*. Computer Science Press, 1989). Книга «Западная культура в век компьютеров» Дж. Дэвида Болтера называется *Человек Тьюринга* (Bolter J. D. *Turing's Man: Western Culture in the Computer Age*. University of North Carolina Press, 1984), а критический анализ Брайена Ротмана традиционных математических понятий бесконечности *До бесконечности* получила забавный подза-

головок «Призрак в машине Тьюринга» (Rotman В. *Ad Infinitum: The Ghost in Turing's Machine*. Stanford University Press, 1993).

Алан Тьюринг вызывал некоторый научный интерес и за пределами математики и информатики. Сборник *Новый взгляд: Странные толкования в фантастике (Novel Gazing: Queer Readings in Fiction)*, Duke University Press, 1997) содержит эссе Тайлера Кертина под заглавием «“Дурман” машин: *Neuromancer*, интернет-сексуальность и тест Тьюринга» (Tyler Curtain. *The ‘Sinister Fruitiness’ of Machines: Neuromancer, Internet Sexuality, and the Turing Test*). Заголовок доктора Кертина ссылается на известный «киберпанк»-роман Уильяма Гибсона *Neuromancer* (Gibson W. *Neuromancer*. Ace, 1984), в котором полиция Тьюринга помогает убедиться в том, что существа с искусственным интеллектом не стремятся повисить свой собственный интеллект.

Тьюринг появлялся в названиях еще нескольких романов. Марвин Минский (известный исследователь МИТ в области искусственного интеллекта) сотрудничал с писателем-фантастом Гарри Харрисоном в *Варианте Тьюринга* (Harry Harrison, Marvin Minsky. *The Turing Option*. Warner Books, 1992), а профессор информатики из Беркли Христос Х. Пападимитриу разрешил сочинением *Тьюринг (Роман о вычислении)* (Christos H. Papadimitriou. *Turing (A Novel About Computation)*. MIT Press, 2003).

В *Бреде Тьюринга* боливийского романиста Эдмундо Пас Сольдена (Soldán Edmundo Paz. *Turing's Delirium*. Trans. Lisa Carter. Houghton Mifflin, 2006) криптоаналитик по прозвищу Тьюринг вскрывает опасности использования его навыков для коррумпированного правительства. В романе Жанны Левин *Сумасшедшие мечты машин Тьюринга* (Levin Janna. *A Madman Dreams of Turing Machines*. Knopf, 2006) вымышленные жизни Алана Тьюринга и Курта Гёделя странно взаимодействуют в пространстве и времени.

Алан Тьюринг – персонаж книг *Криптономикон* Нила Стефенсона (Stephenson Neal. *Cryptonomicon*. Avon, 1999), *Загадка* Роберта Харриса (Harris Robert. *Enigma*. Hutchinson, 1995), *Кембриджский Квинтет: Работа научного предположения* Джона Л. Каста (Casti John L. *The Cambridge Quintet: A Work of Scientific Speculation*. Perseus Books, 1998) и, конечно, *Гёдель, Эшер, Бах* Дугласа Хофштадтера (Hofstadter Douglas. *Gödel, Escher, Bach*. Basic Books, 1979). От лица Алана Тьюринга ведется рассказ в новелле «Доктор Кто» Пола Леонарда – одной из частей *Теста Тьюринга* (Leonard Paul. Dr. Who. *The Turing Test*, BBC, 2000).

Хоть и приятно, что Алан Тьюринг почитается такими разными способами, существует опасность, что настоящая работа Тьюринга

окажется забытой. Даже тех, кто изучал теорию вычислений и полагает, что знает о машинах Тьюринга все, ждет, я надеюсь, несколько сюрпризов при знакомстве с самой первой машиной Тьюринга, построенной самим автором.

* * *

Эта книга была задумана в 1999 году. Потом в течение следующих пяти лет я писал понемногу и нерегулярно. Первые одиннадцать глав в основном были закончены в 2004 и 2005 годах. Последние семь глав я написал в 2007 и 2008 годах, прервав работу лишь для того, чтобы жениться (наконец!) на моей давней лучшей подруге и любви моей жизни Дирдре Синнотт.

Большое спасибо Лондонскому математическому обществу за разрешение перепечатать в полном объеме статью Алана Тьюринга «О вычислимых числах применительно к Entscheidungsproblem».

Уолтер Вильямс и Ларри Смит прочли ранние черновики этой книги, обнаружив ряд ошибок и предложив несколько полезных улучшений.

Людам из Wiley я вечно благодарен за их работу по превращению этого любимого моего проекта в реально изданную книгу. Крис Вебб продвигал книгу, исполняющий редактор Кристофер Ривера и производственный редактор Анджела Смит решили множество конструктивных и типографских проблем, а технический редактор Питер Бонфэнти помог мне приложить чуть больше усердия к техническим материалам. Многие из Wiley работали бескорыстно, помогая сделать эту книгу как можно лучше. Все остальные недостатки, недочеты или ужасные ошибки можно отнести только к автору.

Любой автор стоит на плечах тех, кто пришел раньше. В избранной библиографии перечислены лишь несколько из множества книг, которые помогали мне при написании этой книги. Кроме того, я хотел бы поблагодарить персонал Публичной библиотеки Нью-Йорка и особенно Библиотеку по науке, промышленности и бизнесу (Science, Industry, and Business Library, SIBL). Для получения оригинальных статей я широко пользовался JSTOR и обнаружил, что Wikipedia, Google Book Search и MathWorld Уолфрэма тоже полезны.

* * *

Информацию и ресурсы, относящиеся к этой книге, можно найти на веб-сайте www.TheAnnotatedTuring.com.

Чарльз Петцольд,
Нью-Йорк Сити и Роско, Нью-Йорк
Май, 2008